Группа Экономисты Теория вероятностей и математическая статистика

2 курс 4 семестр срок обучения 4,5 года

Занятия

1. 20.04.20 – 1 пара
2. 24.04.20 – 1 пара
3. 28.04.20 – зачет через конференцию ZOOM или по тел. 89202327105 – Дмитрий Андреевич. Начало по расписанию 15.50

Решать задачи нужно из методички в этом же файле.

Задачи на проверку можно присылать в формате Excel

Электронный адрес **kit-tambov@mail.ru**

1. **20.04.20 – 1 пара**

Тема – Статистическое наблюдение

Задача 2, Задача 3

1. **24.04.20 – 1 пара**

Тема – статистические показатели.

Задача 38 Задача 49

Д.А. Оскаленко

**Методическое пособие по дисциплине**

**«СТАТИСТИКА»**

**СОДЕРЖАНИЕ**

**Общие указания**………………………………………………………………………..………4

**1. Статистическое наблюдение**

1.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………….8

1.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………16

**2. Статистические показатели**

2.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..…………20

2.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………34

**3. Показатели вариации**

3.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………….42

3.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………49

**4. Выборочное наблюдение в статистике**

4.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………….52

4.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………59

**5. Статистические методы изучения взаимосвязи социально-экономических явлений**

5.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………….63

5.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………74

**6. Ряды динамики**

6.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………….79

6.2 Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………94

**7. Экономические индексы**

7.1 Методические указания и решение типовых задач………..……………..………..100

7.2 Задачи для самостоятельной работы……………………………………………..…109

Литература…………………………………………………………………………….…........113

Приложение………………………………………………………………………………..….114

**Общие указания**

Основная цель – глубоко изучить важнейшие методологические вопросы, проверить умение студента применять на практике основные положения теории статистики, приобрести навыки в расчетах статистических показателей, построении и оформлении статистических таблиц и графиков, научиться понимать экономический смысл исчисленных показателей, анализировать их, грамотно формулировать выводы.

В данном пособии рассмотрены семь разделов общей теории статистики. Приведены примеры решения 39 задач, даны 113 контрольных задач для самостоятельного решения.

Каждый раздел пособия делится на две части:

1 Методические указания и решение типовых задач

2 Задачи для самостоятельной работы

В методических указаниях дается краткая теория с основными формулами и приведены примеры решения типовых статистических задач В следующем разделе даны контрольные задачи для самостоятельного решения.

Данные задачи могут быть решены как в виде контрольной работы, так и виде самостоятельной работы на практических занятиях по статистике.

Приступая к решению контрольных задач, необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы курса и методическими указаниями, изучить литературу. Особое внимание нужно обратить на методы построения, технику расчета и экономический смысл статистических показателей.

Далее следует предварительно наметить схему решения каждой задачи, составить макет статистической таблицы, куда будут занесены исчисленные показатели. При составлении таблицы необходимо дать ей общий заголовок, отражающий краткое содержание легенды таблицы, а также заголовки по строкам и графам, указав при этом единицы измерения, итоговые показатели.

Требования к выполнению контрольной работы.

1. Контрольная работа должна быть выполнена и представлена в срок, установленный преподавателем.

2. Работа должна быть зарегистрирована в архиве студенческих работ.

3. В начале работы должен быть указан номер варианта работы.

4. Задачи нужно решать в том порядке, в каком они даны в задании.

5. Решение задач следует сопровождать необходимыми формулами, развернутыми расчетами и краткими пояснениями. Если имеется несколько методов расчета того или иного показателя, надо применять наиболее простой из них, указав при этом другие способы решения. В процессе решения задач нужно проверять производимые расчеты, пользуясь взаимосвязью между исчисляемыми показателями и обращая внимание на экономическое содержание последних. Задачи, к которым даны ответы без развернутых расчетов, пояснений и кратких выводов, будут считаться нерешенными. Решение задач следует, по возможности, оформлять в виде таблиц. В конце решения каждой задачи необходимо четко сформулировать выводы, раскрывающие экономическое содержание и значение исчисленных показателей. Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в статистике точностью до 0,001, а проценты - до 0,1. Для упрощения расчетов показатели можно перевести из тысяч в миллионы (например, млн.руб.)

6. Студенты, представившие на проверку неудовлетворительные работы, выполняют работу заново с учетом замечаний рецензента. Если студент не может самостоятельно выполнить контрольную работу или какую-то её часть, следует обратиться на кафедру за консультацией.

Каждый вариант контрольной работы состоит из 7 задач по 7 наиболее важным разделам общей теории статистики. Ниже в таблице приведены 46 вариантов контрольной работы. Номер варианта контрольной работы выполняемой студентом должен совпадать с его номером в учебном журнале.

Варианты контрольных работ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № варианта | № задачи | | | | | | | № варианта | № задачи | | | | | | |
| ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** |
| **1** | 2 | 27 | 56 | 71 | 90 | 118 | 142 | **24** | 7 | 50 | 56 | 78 | 91 | 120 | 143 |
| **2** | 3 | 28 | 57 | 72 | 91 | 119 | 143 | **25** | 8 | 51 | 57 | 79 | 92 | 121 | 144 |
| **3** | 4 | 29 | 58 | 73 | 92 | 120 | 144 | **26** | 9 | 52 | 58 | 80 | 93 | 122 | 145 |
| **4** | 5 | 30 | 59 | 74 | 93 | 121 | 145 | **27** | 10 | 27 | 59 | 81 | 94 | 123 | 146 |
| **5** | 6 | 31 | 60 | 75 | 94 | 122 | 146 | **28** | 2 | 28 | 60 | 82 | 95 | 124 | 147 |
| **6** | 7 | 32 | 61 | 76 | 95 | 123 | 147 | **29** | 3 | 29 | 61 | 83 | 96 | 125 | 148 |
| **7** | 8 | 33 | 62 | 77 | 96 | 124 | 148 | **30** | 4 | 30 | 62 | 84 | 97 | 126 | 149 |
| **8** | 9 | 34 | 63 | 78 | 97 | 125 | 149 | **31** | 5 | 31 | 63 | 85 | 98 | 127 | 150 |
| **9** | 10 | 35 | 56 | 79 | 98 | 126 | 150 | **32** | 6 | 32 | 56 | 86 | 99 | 128 | 151 |
| **10** | 2 | 36 | 57 | 80 | 99 | 127 | 151 | **33** | 7 | 33 | 57 | 71 | 100 | 129 | 152 |
| **11** | 3 | 37 | 58 | 81 | 100 | 128 | 152 | **34** | 8 | 34 | 58 | 72 | 101 | 130 | 142 |
| **12** | 4 | 38 | 59 | 82 | 101 | 129 | 142 | **35** | 9 | 35 | 59 | 73 | 102 | 131 | 143 |
| **13** | 5 | 39 | 60 | 83 | 102 | 130 | 143 | **36** | 10 | 36 | 60 | 74 | 103 | 132 | 144 |
| **14** | 6 | 40 | 61 | 84 | 103 | 131 | 144 | **37** | 2 | 37 | 61 | 75 | 104 | 133 | 145 |
| **15** | 7 | 41 | 62 | 85 | 104 | 132 | 145 | **38** | 3 | 38 | 62 | 76 | 105 | 134 | 146 |
| **16** | 8 | 42 | 63 | 86 | 105 | 133 | 146 | **39** | 4 | 39 | 63 | 77 | 106 | 135 | 147 |
| **17** | 9 | 43 | 56 | 71 | 106 | 134 | 147 | **40** | 5 | 40 | 56 | 78 | 107 | 136 | 148 |
| **18** | 10 | 44 | 57 | 72 | 107 | 135 | 148 | **41** | 6 | 41 | 57 | 79 | 108 | 137 | 149 |
| **19** | 2 | 45 | 58 | 73 | 108 | 136 | 149 | **42** | 7 | 42 | 58 | 80 | 109 | 138 | 150 |
| **20** | 3 | 46 | 59 | 74 | 109 | 137 | 150 | **43** | 8 | 43 | 59 | 81 | 110 | 118 | 151 |
| **21** | 4 | 47 | 60 | 75 | 110 | 138 | 151 | **44** | 9 | 44 | 60 | 82 | 111 | 119 | 152 |
| **22** | 5 | 48 | 61 | 76 | 111 | 118 | 152 | **45** | 10 | 45 | 61 | 83 | 90 | 120 | 142 |
| **23** | 6 | 49 | 62 | 77 | 90 | 119 | 142 | **46** | 2 | 46 | 62 | 84 | 91 | 121 | 143 |

У каждой контрольной задачи есть решенная аналогичная задача в разделах «Пример решения задач». Для того, чтобы облегчить поиск решенной задачи, ниже приведена таблица соответствия между решенными и контрольными задачами:

Номера решенных и контрольных задач

|  |  |
| --- | --- |
| **Примеры задач №№** | **Контрольные задачи №№** |
| **1. Статистическое наблюдение** | |
| Тема: Построение группировок | |
| 1 | 2;3;4;5;6;7;8;9;10 |
| **2. Статистические показатели** | |
| Тема: Пересчет абсолютных величин в условные единицы измерения | |
| 11 | 27;28;29 |
| Тема: Относительные показатели динамики | |
| 12 | 30;31;32;33 |
| Тема: Относительный показатель структуры | |
| 13 | 34;35 |
| Тема: Относительный показатель структуры и координации | |
| 14;15 | 36 |
| Тема: Относительные показатели плана и реализации плана | |
| 16 | 37 |
| Тема: Средняя арифметическая простая (невзвешенная) | |
| 17 |  |
| Тема: Расчет средней арифметической взвешенной для дискретного ряда  распределения | |
| 18 |  |
| Тема: Расчет средней арифметической взвешенной для интервального ряда распределения | |
| 19 | 38;39;40;41;42;43;44;45;46;47; |
| Тема: Средняя геометрическая невзвешенная | |
| 20 | - |
| Тема: Средняя гармоническая невзвешенная | |
| 21 | - |
| Тема: Средняя гармоническая взвешенная | |
| 22 | 48 |
| Тема: Расчет моды | |
| 23;24 | 49;50;51;52 |
| Тема: Расчет медианы | |
| 25;26 | 49;50;51;52 |
| **3. Показатели вариации** | |
| Тема: Расчет абсолютных и относительных показателей вариации | |
| 53;54 | 56;57;58;59;60;61 |
| Тема: Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии (по правилу сложения дисперсий) | |
| 55 | 62;63 |
| **4. Выборочное наблюдение в статистике** | |
| Тема: Определение ошибки выборочной средней при собственно-случайном и механическом отборе | |
| 64;65 | 71;72;73;74;75;76;77 |
| Тема: Определение ошибки выборочной доли при собственно-случайном и механическом отборе | |
| 66 | 78;79;80;81 |
| Тема: Определение необходимой численности выборки при собственно-случайном и механическом отборе | |
| 67;68;69 | 82;83;84;85 |
| Тема: Определение ошибки выборочной средней при серийной выборке | |
| 70 | 86; |
| **5. Статистические методы изучения взаимосвязи социально-экономических явлений** | |
| Тема: Расчет коэффициентов парной корреляции | |
| 87 | 90;91;92;93:94;95;96;97;98;99;100 |
| Тема: Расчет множественной корреляции | |
| 88 | 101;102;103;104 |
| Тема: Показатель корреляции рангов | |
| 89 | 105;106;107;108;109;110;111 |
| **6. Ряды динамики** | |
| Тема: Приведение рядов динамики к сопоставимому виду | |
| 112 | 118;119;120;121;122;123 |
| Тема: Определение среднего уровня ряда динамики | |
| 113 | - |
| Тема: Расчет показателей ряда динамики | |
| 114;115 | 124;125;126;127;128;129:130;131;132 |
| Тема: Метод аналитического выравнивания и прогнозирования | |
| 116 | 133;134;135;136 |
| Тема: Расчет индексов сезонности | |
| 117 | 137;138 |
| **7. Экономические индексы** | |
| Тема: Расчет агрегатных и индивидуальных индексов физического объема и цены | |
| 139 | 142;143;144;145 |
| Тема: Расчет индексов цен Пааше, Ласпейреса, Фишера, Лоу | |
| 140 | 146;147;148;149 |
| Тема: Расчет индексов себестоимости | |
| 141 | 150;151;152 |

### 

### Особенно, хочется остановиться на способах решения предлагаемых задач. Естественно, использовать для решения задач персональный компьютер. Программное обеспечение для решения статистических задач сейчас довольно обширно. Однако, по моему мнению, для начинающих изучать статистику следует ограничится возможностями табличного процессора MS Excel, причем только в части построения таблиц и простых формул. Использовать такие инструменты MS Excel как статистические встроенные функции, пакеты анализа я считаю нецелесообразным. Впервые изучая статистику студент только овладевает обширными и непростыми понятиями. Решая задачи с помощью табличного процессора, студент имеет возможность «вручную» ввести формулы для расчета статистических показателей, наглядно увидеть весь алгоритм расчета. Позднее, освоив статистические методики расчета, применяя статистику как инструмент решения экономических, социологических, управленческих задач, для ускорения решения задач вполне можно пользоваться специализированными статистическими программами. Однако, на начальном этапе изучения основ статистики такой подход вряд ли оправдан.

**1.Статистические показатели**

1.1 Методические указания и решение типовых задач

**Сводка и группировка статистических данных**

**Статистическая совокупность** – это множество единиц явления, объединенных в соответствии с задачей исследования единой качественной основой (однородностью), но отличающиеся друг от друга признаками.

**Единицей статистической совокупности** является элементы данного множества, которые характеризуются общими свойствами, т.е. признаками.

**Признаки** бывают:

* *атрибутивными*, т.е. качественными;
* *количественными* (дискретными и непрерывными).

**Вариация признаков** обуславливается случайным характером реальных явлений и процессов и зависит от изменения факторов, влияющих на объект статистического исследования.

Статистическое наблюдение – это первый этап анализа.

**Статистическая сводка** – это специальным образом организованная первичная обработка данных статистического наблюдения, включающая систематизацию, группировку данных, подсчет групповых, итоговых и относительных (средних показателей ). (Это второй этап обработки данных).

**Программа статистической сводки** устанавливает следующие этапы:

* выбор группировочных признаков;
* определение порядка формирования групп;
* разработка системы статистических показателей для характеристик групп и объекта в целом;
* разработка макетов статистических таблиц или графиков.

В сводке отдельные единицы статистической совокупности объединяются в группы при помощи метода группировок.

С помощью метода группировок решаются задачи:

* выделение социально-экономических типов явлений;
* изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
* выявление связи и зависимости между явлениями.

**Группировка** – это процесс образования однородных групп на основе расчленения статистической совокупности на части или объединения изучаемых единиц в частные совокупности по существенным признакам.

Различают следующие ***виды группировок***:

* *типологическая* группировка, т.е. разделение качественно разнородной совокупности на классы или однородные группы;
* *структурная* группировка, в которой происходит разделение однородной совокупности на группы, характеризующие ее структуру по какому-либо варьируемому признаку;
* *аналитическая* группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками (факторными и результативными);
* *комбинированная* группировка, образованная по двум или более признакам.

В таблицах 1.1–1.3 приведены примеры различных группировок.

Таблица 1.1

Типологическая группировка

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Группы предприятий по форме собственности | Число предприятий | |
| единиц | в % к итогу |
| 1 | Федеральная собственность | 26326 | 93,6 |
| 2 | Муниципальная | 420 | 1,5 |
| 3 | Частная | 1366 | 4,9 |
| Всего | | 28112 | 100,0 |

Таблица 1.2.

Структурная группировка

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Группы населения по размеру среднедушевого дохода, руб. | Численность населения | |
| всего, млн. чел. | в % к итогу |
| 1 | до 1000 руб. | 2,4 | 2,0 |
| 2 | 1000–1800 | 24,8 | 18,0 |
| 3 | 1800–2600 | 34,2 | 25,0 |
| 4 | 2600–3400 | 29,4 | 21,5 |
| 5 | 3400–10000 | 45,7 | 33,5 |
| Всего | | 136,5 | 100,0 |

Таблица 1.3

Аналитическая группировка

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Группы банков по сумме активов, млн.руб. | Количество  банков | В среднем на 1 банк | |
| Численность занятых, чел. | Балансовая прибыль, млрд. руб. |
| 1 | до 20 | 29 | 184 | 22,5 |
| 2 | 20 – 30 | 8 | 313 | 31,6 |
| 3 | 30 – 40 | 7 | 374 | 36,0 |
| 4 | 40 – 50 | 9 | 468 | 69,2 |
| 5 | 50 и более | 7 | 516 | 205,6 |
| Всего | | 50 | 1855 | 360,0 |

### Принципы построения статистических группировок

### 

**1. Выбор группировочного признака** – признака, по которому производится разбиение совокупности на отдельные группы. В качестве признака необходимо использовать существенные обоснованные признаки. *Группировочный признак* – это основание (свойство объекта) для разделения объектов на группы.

Признаки различаются:

* по форме выражения (*атрибутивные* и *количественные*);
* по характеру колебания (*альтернативные* «да», «нет»; *множественные*);
* по роли во взаимосвязи явлений (*результативные* – могут меняться в зависимости от ситуации и целей анализа; *факторные* – воздействующие на другие признаки).

**2. Определение количества групп.** Если в основание группировки положен атрибутивный признак, то количество групп будет столько, сколько существует градаций (уровней) данного признака. Если основание группировки – количественный признак, то при определении количества групп в каждом конкретном случае следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объекта и цели исследования.

Если совокупность состоит из большого числа единиц и распределение единиц по группировочному признаку близко к нормальному, для определения количества групп (*m*) используют формулу Стерджесса:

*m* = 1+3,322·lg *N*, (1.1)

где *N* – численность единиц совокупности.

Таблица 1.4

Номограмма по формуле Стерджесса

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *N* | 15÷24 | 25÷44 | 45÷89 | 90÷179 | 180÷359 | 360÷719 | 720÷1489 |
| *m* | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

**3. Определение интервала группировки**. *Интервал* – это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах.

Если вариация признака происходит в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с **равными интервалами**:

**, (1.2)

где *h* – величина интервала;

xmax, xmin – максимальное и минимальное значения группировочного признака в совокупности;

*m* – число групп.

Величина интервала округляется до ближайшего целого числа, или же кратного 10, 50, 100.

Возможны и другие варианты определения интервала группировки.

Интервалы могут быть двух видов:

* *закрытыми*, когда у интервала указаны обе границы;
* *открытыми*, когда у первого интервала указана верхняя граница, а у

последнего – нижняя (например, в таблице 2.3, 1-я группа населения по размеру среднедушевого дохода – до 1000 руб.; последняя – 10000 и более).

Возможно построение вторичных группировок. Основные задачи, вторичной группировки:

* приведение данных к сопоставимым результатам;
* укрупнение интервалов;
* долевая перегруппировка (образование новых групп с меньшими интервалами).

Тема: построение группировок

*ЗАДАЧА 1*

Построить структурную и аналитическую группировку на примере 30 коммерческих банков одного из регионов России - таблица 1.5

Таблица 1.5

Основные показатели деятельности 30 коммерческих банков одного

из регионов России на 1 января 2010 года

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Сумма активов баланса тыс.руб | Численность занятых человек | Балансовая прибыль тыс.руб |
| 1 | 570 | 95 | 75 |
| 2 | 1050 | 98 | 108 |
| 3 | 6470 | 418 | 2031 |
| 4 | 3910 | 278 | 342 |
| 5 | 2000 | 205 | 283 |
| 6 | 4150 | 302 | 1341 |
| 7 | 1760 | 178 | 186 |
| 8 | 3840 | 270 | 421 |
| 9 | 2330 | 201 | 264 |
| 10 | 5480 | 308 | 1424 |
| 11 | 480 | 72 | 55 |
| 12 | 1120 | 94 | 147 |
| 13 | 3540 | 205 | 345 |
| 14 | 2150 | 144 | 247 |
| 15 | 3780 | 294 | 485 |
| 16 | 4750 | 297 | 1152 |
| 17 | 830 | 87 | 94 |
| 18 | 6940 | 422 | 1980 |
| 19 | 2710 | 198 | 258 |
| 20 | 3660 | 254 | 365 |
| 21 | 3820 | 300 | 334 |
| 22 | 780 | 144 | 125 |
| 23 | 7010 | 500 | 2053 |
| 24 | 2980 | 250 | 300 |
| 25 | 1980 | 184 | 185 |
| 26 | 3120 | 214 | 289 |
| 27 | 580 | 100 | 155 |
| 28 | 2480 | 196 | 197 |
| 29 | 5520 | 350 | 1705 |
| 30 | 3370 | 199 | 320 |

**Решение.** В качестве группировочного признака возьмем сумму активов баланса и поэтому показателю построим ранжированный ряд от минимального значения до максимального. Для этого по формуле (1.1) рассчитаем число групп:

*m* = 1+3,322·lg 30 = 5,90 ≈ 6.

Определим интервал группировки по формуле (1.2):



Так как, в рассматриваемом примере рассчитанная величина интервала представляет собой четырехзначное число, округлим его до 1100 тыс.руб

Далее обозначим границы групп со следующими интервалами:

* группа 1: до 1600;
* группа 2:1600-2700
* группа 3:2700-3800
* группа 4: 3800-4900
* группа 5:4900-6000
* группа:6000 и более.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Результаты группировки заносятся в таблицу, определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл.1.6)  Таблица 1.6  Группировка коммерческих банков одного их регионов России по сумме активов баланса на 1 января 2010 г. (итоговая таблица) | | | | | | | | |  |
| № п/п | Группы  банков по сумме активов баланса тыс.руб. | | Число банков, ед. | | Сумма  активов баланса тыс.руб | Численность  занятых человек | Балансовая  прибыль тыс.руб |
| 1 | до 1600 | | 7 | | 5410 | 690 | 759 |
| 2 | 1600-2700 | | 6 | | 12700 | 1108 | 1362 |
| 3 | 2700-3800 | | 7 | | 23160 | 1614 | 2362 |
| 4 | 3800-4900 | | 5 | | 20470 | 1447 | 3590 |
| 5 | 4900-6000 | | 2 | | 11000 | 658 | 3129 |
| 6 | 6000 и более. | | 3 | | 20420 | 1340 | 6064 |
|  | **Итого** | | **30** | | **93160** | **6857** | **17266** |
| Таблица 1.7  Структурная группировка коммерческих банков одного их регионов России | | | | | | | |
| по сумме активов баланса на 1 января 2010 г. | | | | | | |  |
| № п/п | | Группы  банков по сумме активов баланса тыс.руб. | | Число банков, % | Сумма  активов баланса % | Численность  занятых человек % | Балансовая  прибыль % |
| 1 | | до 1600 | | 23,3 | 5,9 | 10,1 | 4,4 |
| 2 | | 1600-2700 | | 20,0 | 13,6 | 16,2 | 7,9 |
| 3 | | 2700-3800 | | 23,3 | 24,8 | 23,5 | 13,7 |
| 4 | | 3800-4900 | | 16,7 | 22,0 | 21,1 | 20,8 |
| 5 | | 4900-6000 | | 6,7 | 11,8 | 9,6 | 18,1 |
| 6 | | 6000 и более. | | 10,0 | 21,9 | 19,5 | 35,1 |
|  | | **Итого** | | **100** | **100** | **100** | **100** |

Таблица 1.7 получена на основе таблицы 1.6 путем приведения показателей к 100%.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Таблица 1.8  Аналитическая группировка коммерческих банков одного их регионов России | | | | | | |  |
| по сумме активов баланса на 1 января 2010 г. | | | |  | | |  |
| № п/п | Группы банков по сумме активов баланса тыс.руб. | Число банков, ед. | В среднем на один банк | | |
| Сумма активов баланса тыс.руб | Численность  занятых человек | Балансовая  прибыль тыс.руб |
| 1 | до 1600 | 7 | 773 | 99 | 108 |
| 2 | 1600-2700 | 6 | 2117 | 185 | 227 |
| 3 | 2700-3800 | 7 | 3309 | 231 | 337 |
| 4 | 3800-4900 | 5 | 4094 | 289 | 718 |
| 5 | 4900-6000 | 2 | 5500 | 329 | 1565 |
| 6 | 6000 и более. | 3 | 6807 | 447 | 2021 |
|  | **Итого** | **-** | **3105** | **229** | **576** |

Соответственно, Таблица 1.8 также получена из Таблицы 1.6 путем усреднения показателей, рассчитанных в среднем на один банк для каждого интервала. Данные табл.1.8 характеризуют взаимосвязь суммы активов баланса, численности занятых работников и балансовой прибыли банков. Чем больше сумма активов баланса банка, тем больше численность его работников и балансовая прибыль. В шестой группе банков средняя численность занятых в 4.5 раза больше, чем в 1 группе, в балансовая прибыль – в 18,7 раза. Следовательно, крупные банки работают эффективнее.

Для решения статистических задач приведенных в методическом пособии мы будем использовать электронные таблицы MS Excel 2003. При этом мы не будем пользоваться дополнительными возможностями MS Excel такими как – встроенными статистическими функциями, пакетом анализа, встроенным языком VBA. Нашим инструментом при решении задач будут – вычисляемые ячейки со встроенными формулами, фильтры, сортировка данных, построение диаграмм. Причина такого сужения набора инструментов пояснена автором в общих указаниях данного методического пособия.

Итак, решение задачи 1 средствами MS Excel состоит из следующих этапов:

1. Перенесем исходную табл.1.5 на лист 1 книги MS Excel

2. Выделим столбец «Сумма активов баланса» (вместе с заголовком) и установим фильтр с помощью цепочки команд – Данные – Фильтр – Автофильтр

3. В установленном фильтре выберем пункт – Условие

4. Смоделируем это условие для первого интервала «до 1600». Результат такого моделирования показан на Рис.1.1

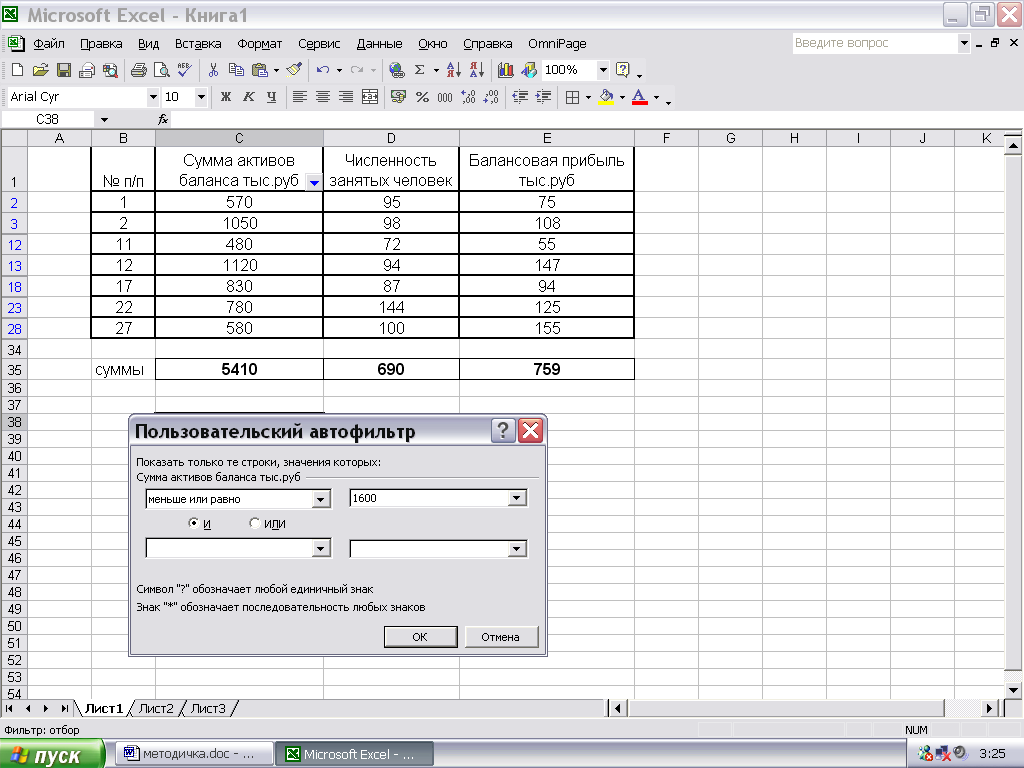


Рис. 1.1 Установка автофильтра

5. Мы видим, что данному условию «меньше или равно 1600» отвечают семь банков из тридцати. Это №№ 1,2,11,12,17,22,27. Нетрудно сложить сумму их активов, численность занятых и балансовую прибыль. Эти цифры и составят первую строку таблицы 1.6.

6. Соответственно, пять следующих строк таблицы 1.6 также можно получить с помощью фильтра. Однако, условие будет другим - «больше 1600 - И - меньше или равно 2700».

7. Не забывайте проверить полученные данные в столбце «число банков» таблицы 1.6. Сумма числа банков должна равняться 30

8. Таблицы 1.7 и 1.8 нетрудно получить, с помощью несложного пересчета таблицы 1.6. Формулы пересчета представлены на Рис. 1.2

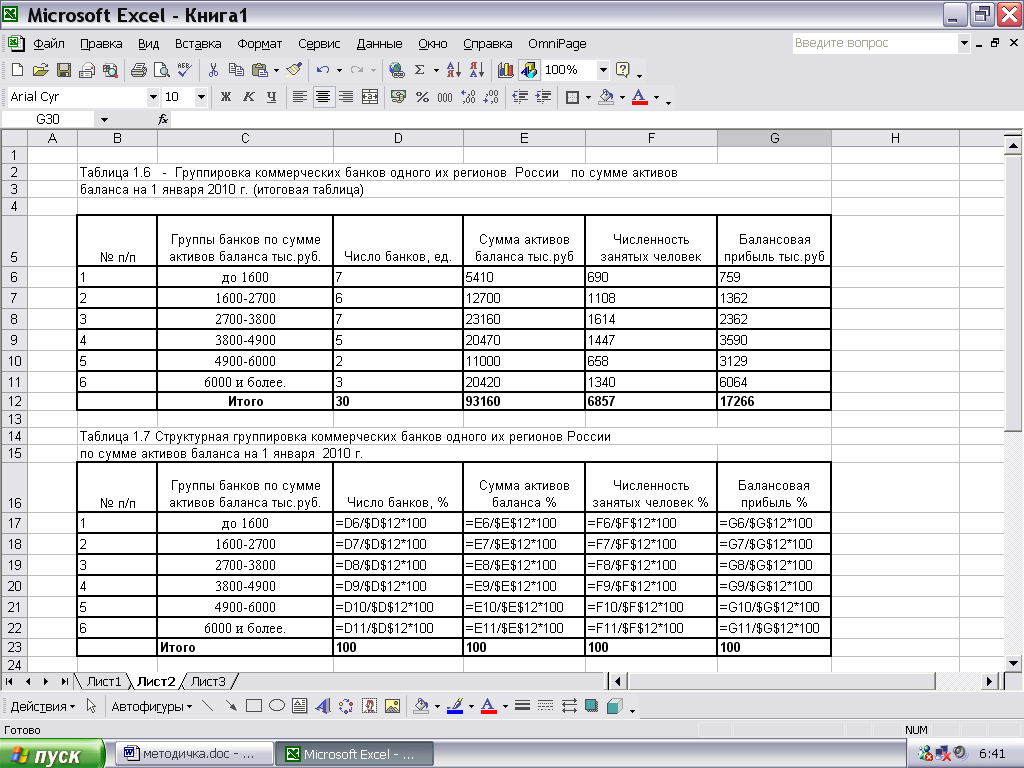


Рис. 1.2 Формулы расчета структурной группировки

Вариационный ряд по своей конструкции имеет 2 характеристики:

* значения варьирующего признака – **варианты** *xi*, *i* = 1,2,…,*m*;
* число случаев вариантов: абсолютные – **частоты** *ni* (*fi*), относительные – **частности** *wi* (относительные доли частот в общей сумме частот).

Тогда можно сказать, что **вариационный ряд** – это ранжированный (упорядоченный) в порядке возрастания или убывания ряд статистических частот (частностей).

Вариационные ряды по способу построения бывают дискретные и интервальные.

**Дискретный** вариационный ряд можно рассматривать как такое преобразование ранжированного ряда, при котором перечисляются отдельные значения признака и указывается их частота.

Если число вариантов велико или признак имеет непрерывную вариацию, то строится **интервальный** вариационный ряд, в котором отдельные варианты объединяются в интервалы (группы). Существуют следующие виды графического отображения вариационных рядов (рис. 2.1, 2.2):

* **полигон** для отображения дискретных рядов, когда фиксируются значения ( *xi*; *ni*, *i* = 1,2,…,*m*);
* **гистограмма** для отображения интервальных рядов (*ki* = *х*(*i*+1)– *хi*,  
   *ni*(*wi*));
* **кумулята** (кумулятивный ряд) – кривая накопленных частот.

Построим по данным *Задачи 1* соответственно гистограмму, полигон и кумуляту.

Гистограмма изображена на Рис.1.3. Она получена путем выделения двух столбцов таблицы 1.6. Были выделены ячейки в диапазоне С6:D11 (см. Рис.1.2) и выбрана гистограмма в типах предложенных к построению диаграмм.

Рис. 1.3 Гистограмма

Рис. 1.4 Полигон частот

Полигон частот изображен на Рис. 1.4. Мы видим ломанную линию, соединяющую точки соответствующие серединным значениям интервалов группировки и частотам интервалов.

Рис. 1.5 Кумулята

Кумулята изображена на Рис.1.5. Для построения кумуляты необходимо пересчитать столбец таблицы 1.6 «Число банков» в виде накопительной суммы:

|  |
| --- |
| Число банков, ед. |
| 7 |
| 6 |
| 7 |
| 5 |
| 2 |
| 3 |

|  |
| --- |
| Число банков, ед. |
| 7 |
| 7+6 |
| 7+6+7 |
| 7+6+7+5 |
| 7+6+7+5+2 |
| 7+6+7+5+2+3 |

**1.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: построение группировок

*ЗАДАЧА 2*

Имеются следующие данные о работе 24 заводов одной из отраслей промышленности – Табл.1.9. Провести группировку и построить ряд распределения с 5 равными интервалами. В качестве изучаемого признака взять стоимость основных производственных фондов (аналог Табл.1.6).

Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер п/п | Среднегодовая стоимость основных производственных фондов млн.руб | Среднесписочное число работающих за отчетный период, чел. | Производство продукции за отчетный период в млн.руб. | Выполнение плана в % |
| 1 | 3,0 | 360 | 3,2 | 103,1 |
| 2 | 7,0 | 380 | 9,6 | 120,0 |
| 3 | 2,0 | 220 | 1,5 | 109,5 |
| 4 | 3,9 | 460 | 4,2 | 104,5 |
| 5 | 3,3 | 395 | 6,4 | 104,8 |
| 6 | 2,8 | 280 | 2,8 | 94,3 |
| 7 | 6,5 | 580 | 9,4 | 108,1 |
| 8 | 6,6 | 200 | 11,9 | 125,0 |
| 9 | 2,0 | 270 | 2,5 | 101,4 |
| 10 | 4,7 | 340 | 3,5 | 102,4 |
| 11 | 2,7 | 200 | 2,3 | 108,5 |
| 12 | 3,3 | 250 | 1,3 | 102,1 |
| 13 | 3,0 | 310 | 1,4 | 112,7 |
| 14 | 3,1 | 410 | 3,0 | 92,0 |
| 15 | 3,1 | 635 | 2,5 | 108,0 |
| 16 | 3,5 | 400 | 7,9 | 111,1 |
| 17 | 3,1 | 310 | 3,6 | 96,9 |
| 18 | 5,6 | 450 | 8,0 | 114,1 |
| 19 | 3,5 | 300 | 2,5 | 108,0 |
| 20 | 4,0 | 350 | 2,8 | 107,0 |
| 21 | 1,0 | 330 | 1,6 | 100,7 |
| 22 | 7,0 | 260 | 12,9 | 118,0 |
| 23 | 4,5 | 435 | 5,6 | 111,9 |
| 24 | 4,9 | 505 | 4,4 | 104,7 |

*ЗАДАЧА 3*

По данным таблицы 1.9 провести группировку и построить ряд распределения с 5 равными интервалами. В качестве изучаемого признака взять среднесписочное число работающих (аналог Табл.1.6). Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 4*

По данным таблицы 1.9 провести группировку и построить ряд распределения с 4 равными интервалами. В качестве изучаемого признака взять обьем продукции за отчетный период (аналог Табл.1.6). Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 5*

По данным таблицы 1.9 провести группировку и построить ряд распределения заводов по проценту выполнения плана, образовав следующие группы заводов: 1) не выполнившие план

2) выполнившие план от 100% до 104,9% 3) выполнившие план от 105% до 114,9% 4) выполнившие план выше 115%. Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 6*

По данным таблицы 1.5 провести группировку и построить ряд распределения с 5 равными интервалами. В качестве изучаемого признака взять численность занятых человек (аналог Табл.1.6). Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 7*

По данным таблицы 1.5 провести группировку и построить ряд распределения с 5 равными интервалами. В качестве изучаемого признака взять балансовую прибыль (аналог Табл.1.6). Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 8*

По данным таблицы 1.5 провести вторичную группировку произведя укрупнение первоначальных интервалов, выделив по сумме активов баланса мелкие, средние и крупные банки. Получить таблицы структурной и аналитической группировки (аналог Табл.1.7 и 1.8). Построить гистограмму, полигон частот и кумуляту для изучаемого признака. Сделать выводы

*ЗАДАЧА 9*

Уборка картофеля по хозяйствам Тамбовской области по состоянию на 20 сентября характеризовалась следующими показателями Табл.1.10. Произведите группировку хозяйств области по проценту выполнения плана. Укажите наиболее характерную величину выполнения плана. Постройте гистограмму и кумуляту для изучаемого признака.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер хозяйства | Выполнение плана % | Номер хозяйства | Выполнение плана % | Номер хозяйства | Выполнение плана % |
| 1 | 83 | 18 | 12 | 35 | 70 |
| 2 | 67 | 19 | 14 | 36 | 17 |
| 3 | 50 | 20 | 15 | 37 | 18 |
| 4 | 47 | 21 | 26 | 38 | 28 |
| 5 | 41 | 22 | 27 | 39 | 24 |
| 6 | 41 | 23 | 30 | 40 | 33 |
| 7 | 39 | 24 | 27 | 41 | 20 |
| 8 | 33 | 25 | 30 | 42 | 21 |
| 9 | 32 | 26 | 23 | 43 | 18 |
| 10 | 32 | 27 | 16 | 44 | 28 |
| 11 | 30 | 28 | 44 | 45 | 16 |
| 12 | 27 | 29 | 53 | 46 | 31 |
| 13 | 7 | 30 | 6 | 47 | 45 |
| 14 | 10 | 31 | 16 | 48 | 20 |
| 15 | 12 | 32 | 23 | 49 | 23 |
| 16 | 11 | 33 | 17 | 50 | 22 |
| 17 | 11 | 34 | 17 |  |  |

*ЗАДАЧА 10*

На основании годовых отчетов имеются следующие данные о производстве продукции промышленными предприятиями отрасли Табл.1.11. Произвести группировку предприятий по размеру продукции образовав не более 8 групп. Постройте гистограмму и кумуляту для изучаемого признака.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия по  порядку | Производство продукции, шт. | Номер предприятия по порядку | Производство продукции, шт. | Номер предприятия по порядку | Производство  продукции, шт. |
| 1 | 350 | 15 | 356 | 29 | 29 |
| 2 | 175 | 16 | 2700 | 30 | 230 |
| 3 | 990 | 17 | 1900 | 31 | 150 |
| 4 | 3100 | 18 | 130 | 32 | 260 |
| 5 | 2370 | 19 | 1000 | 33 | 305 |
| 6 | 180 | 20 | 220 | 34 | 840 |
| 7 | 1400 | 21 | 270 | 35 | 220 |
| 8 | 250 | 22 | 4850 | 36 | 205 |
| 9 | 1800 | 23 | 5200 | 37 | 305 |
| 10 | 80 | 24 | 90 | 38 | 840 |
| 11 | 75 | 25 | 100 | 39 | 310 |
| 12 | 1253 | 26 | 510 | 40 | 380 |
| 13 | 530 | 27 | 5100 | 41 | 150 |
| 14 | 240 | 28 | 2700 | 42 | 290 |

**2. Статистические показатели**

2.1 Методические указанияи решение типовых задач

Абсолютными в статистике называются суммарные обобщающие показатели, характеризующие размеры, объемы, уровни, мощности, темпы и др. изменения величин. Абсолютные показатели являются **именованными числами**, т.е. измеримы. Существуют: натуральные, стоимостные и условно-натуральные (условное топливо, эталонные лошадиные силы) измерители. Они служат для описания фактического состояния объекта, установления плановых и прогнозных значений. Абсолютные показатели могут быть сравнимы в разные периоды времени (прошлый, настоящий, будущий).

Абсолютные показатели позволяют точно характеризовать объект в данный момент времени, но должны уточняться в динамике (сопоставимые цены, инвестиции с учетом инфляции и т.д.).

**Относительные статистические величины** – это показатели в виде коэффициентов, характеризующих долю отдельных частей, изучаемой совокупности во всем ее объеме.

Относительные показатели при исследовании экономических явлений и процессов изучаются совместно с абсолютными показателями и обеспечивают сопоставимость сравниваемой и базовой величин.

**Относительный показатель динамики** (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) к уровню этого же процесса или явления в прошлом:

ОПД или ОПД . (2.1)

**Относительный показатель структуры** (ОПС) представляет собой отношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

ОПС. (2.2)

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какай долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

**Относительный показатель координации** (ОПК) представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

ОПК . (2.3)

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают величину, отражающую во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (иногда – на 100, 1000 и т.д. единиц) базисной структурной части.

**Относительный показатель сравнения** (ОПСр) представляет собой отношение одноименных абсолютных показателей, характеризующих разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т.п.):

ОПСр . (2.4)

**Относительный показатель интенсивности** (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды:

ОПИ , (2.5)

где *xA* – показатель, характеризующий явление А;

*YA* – показатель, характеризующий среду распространения явления А.

Данный показатель получают сопоставлением уровней двух взаимосвязанных в своем развитии явлений. Поэтому, наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах и т.п.

Обычно ОПИ рассчитывается в тех случаях, когда абсолютная величина оказывается недостаточной для формулировки обоснованных выводов о масштабах явления, его размерах, насыщенности, плотности распространения. Так, например, для определения уровня обеспеченности населения легковыми автомобилями рассчитывается число автомашин, приходящихся на 100 семей, для определения плотности населения рассчитывается число людей, приходящихся на 1 км2.

Разновидностью относительных показателей интенсивности являются **относительные показатели уровня экономического развития**, характеризующие производство продукции в расчете на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики государства. Так как объемные показатели производства продукции по своей природе являются интервальными, а показатель численности населения – моментным, в расчетах используют среднюю за период численность населения.

**Относительные показатели плана и реализации плана** используются для целей планирования и сравнения реально достигнутых результатов с ранее намеченными.

ОПП , (2.6)

где ОПП – относительный показатель плана;

 – уровень, планируемый на *i*+1 период;

*xi* – уровень, достигнутый в *i*-м периоде.

ОПРП , (2.7)

где ОПРП – относительный показатель реализации плана;

*xi* – уровень, достигнутый в (*i*+1)-м периоде.

ОПП характеризует напряженность плана, т.е. во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. ОПРП отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем.

Относительные величины выполнения плана и динамики связаны между собой следующими соотношениями:

ОПД = ОПП · ОПРП . (2.8)

**Средняя величина** является обобщающей характеристикой совокупности однотипных явлений по изучаемому признаку. Средняя величина должна вычисляться с учетом экономического содержания определяемого показателя.

Все виды средних делятся на:

* **степенные** (аналитические, порядковые) средние (арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая);
* **структурные** (позиционные) средние (мода и медиана) – применяются для изучения структуры рядов распределения.

**Средняя степенная** (при различной величине k) определяется:

 (2.9).

Таблица 2.1

Виды средних степенных величин

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| k | Наименование средней | Формула средней | Когда используется |
| 1 | Средняя арифметическая простая (невзвешенная) | (2.10)  где xi – i-й вариант осредняемого признака (); n – число вариант | Используется, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным |
| 1 | Средняя арифметическая взвешенная | *(2.11),*  где fi – частота повторяемости i-го варианта | Используется, когда данные представлены в виде рядов распределения или группировок |
| -1 | Средняя гармоническая взвешенная | (2.12), где  . | Используется, когда известны индивидуальные значения признака и веса W за ряд временных интервалов |
| -1 | Средняя гармоническая невзвешенная | (2.13) | Используется в случае, когда веса равны |
| 0 | Средняя геометрическая невзвешенная | (2.14) | Используется в анализе динамики для определения среднего темпа роста |
| 0 | Средняя геометрическая взвешенная | (2.14) |
| 2 | Средняя квадратическая невзвешенная | (2.15) | Используется при расчете показателей вариации |
| 2 | Средняя квадратическая взвешенная | (2.16) |

В статистическом анализе также применяются степенные средние 3-го и более высоких порядков.

**Правило мажорантности средних:** с ростом показателя степени значения средних возрастают.

 (2.17)

**Средние структурные величины**

В условиях недостаточности средних используют структурные средние величины – моду и медиану*.*

**Медиана** (*Ме*) – это вариант, который находится а середине вариационного ряда. Медиана делит ряд на две равные (по числу наблюдений) части. В ранжированных рядах не сгруппированных данных нахождение медианы сводится к отысканию порядкового номера и значения варианта у этого номера.

Медиана в **интервальных** вариационных рядах рассчитывается по формуле:

, (2.18)

где *х*0 – нижняя граница медианного интервала (накопленная частота которого превышает половину общей суммы частот);

 – величина медианного интервала;

 – накопленная частота интервала, предшествующего медианному;

 – частота медианного интервала.

Также в интервальных вариационных рядах медиана может быть найдена с помощью кумуляты как значение признака, для которого

 или . (2.19)

Главное **свойство медианы** заключается в том, что сумма абсолютных отклонений значений признака от медианы меньше, чем от любой другой величины: .

**Модой** (*Мо*) вариационного ряда называется вариант, которому соответствует наибольшая частота.

Для вычисления моды в **интервальном** ряду сначала находится модальный интервал, имеющий наибольшую частоту (или наибольшую плотность распределения – отношение частоты интервала к его величине *ni*/*hi* – в интервальном ряду с неравными интервалами), а значение моды определяется линейной интерполяцией:

, (2.20)

где *хо –* нижняя граница модального интервала;

 – величина модального интервала;

, ,  – частота *ni* (в интервальном ряду с равными интервалами) или плотность распределения *ni*/*hi* (в интервальном ряду с неравными интервалами) модального, до и после модального интервала.

Мода так же, как и медиана обладает определенной устойчивостью к вариации признака. Если в совокупности первичных признаков нет повторяющихся значений, то для определения моды проводят группировку. Графически отобразить моду по гистограмме можно следующим образом: нужно взять столбец, имеющий наибольшую высоту, и из его левого верхнего угла провести отрезок в угол последующего столбца, а из правого угла – в верхний правый угол предыдущего столбца, абсцисса точки пересечения отрезков и будет соответствовать модальному значению признака в изучаемой совокупности. Медиану приближенно можно определить графически - по кумуляте. Для этого высоту наибольшей ординаты, которая соответствует общей численности совокупности, делят пополам. Через полученную точку проводят прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения ее с кумулятой. Абсцисса точки пересечения и есть медиана (рисунок 2.1)

Рис. 2.1 Графическое отображение интервального вариационного ряда

В симметричных рядах имеет место следующее соотношение моды, медианы и средней арифметической  (2.21).

В случае, если  (2.22), имеет место левосторонняя асимметрия ряда.

В случае, если  (2.23), имеет место правосторонняя асимметрия ряда.

Мода и медиана,в отличие от степенных средних, являются конкретными характеристиками ряда. Медиана – характеризует центр, вычисляется проще и не чувствительна к концам интервала. Мода – наиболее вероятное значение в изучаемой совокупности (например, наиболее возможные результаты).

1 2 3

х

f

2

1

3

f

f

х

х

1 – распределение с левосторонней асимметрией

2 – распределение с правосторонней асимметрией

3 – нормальное (симметричное) распределение

Рис.2.2 Типы асимметрий

Тема:Пересчет абсолютных величин в условные единицы измерения

*ЗАДАЧА 11*

За отчетный период предприятие произвело следующие виды мыла и моющих средств:

|  |  |
| --- | --- |
| Виды мыла и моющих средств | Количество, кг |
| Мыло хозяйственное 60%- жирности | 500 |
| Мыло хозяйственное 40%- жирности | 1250 |
| Мыло туалетное 80%-й жирности | 1500 |
| Стиральный порошок 10%- жирности | 2500 |

Требуется определить общее количество выработанной предприятием продукции в условно-натуральных единицах измерения. За условную единицу измерения принимается мыло 40%-й жирности.

**Решение:** Для определения общего количества продукции, выработанной предприятием, необходимо исчислить коэффициенты перевода. Если условной единицей измерения является мыло 40%-й жирности, то это значение жирности принимается равным единице. Тогда коэффициенты перевода в условное мыло (40%-й жирности) исчисляем так: мыло хозяйственное 60%-й жирности: 60/40=1,5; мыло туалетное 80%-й жирности: 80/40=2,0; стиральный порошок 10%-й жирности: 10/40=0,25. Далее определим количество продукции в условно-натуральных единицах:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Общий объем производства мыла и моющих средств по видам | | | |
| Виды мыла и моющих средств | Количество, кг. | Коэффициент перевода | Количество продукции в условно-натуральном исчислении |
| Мыло хозяйственное 60%-й жирности | 500 | 1,5 | 750 |
| Мыло хозяйственное 40%-й жирности | 1250 | 1 | 1250 |
| Мыло туалетное 80%-й жирности | 1500 | 2 | 3000 |
| Стиральный порошок 10%-й жирности | 2500 | 0,25 | 625 |

Тема: относительные показатели динамики

*ЗАДАЧА 12*

Имеются данные о производстве бумаги. Вычислить относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения.

|  |  |
| --- | --- |
| Год | Произведено бумаги, тыс.т |
| 2007 | 160 |
| 2008 | 235 |
| 2009 | 101 |
| 2010 | 173 |

**Решение:** Относительные показатель динамики вычисляется по формуле – (2.1)

Расчетные относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения приведены ниже в таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| Переменная база  (цепные показатели) | Постоянная база  (базисные показатели) |
|  |  |

Тема: относительный показатель структуры

*ЗАДАЧА 13*

Имеются следующие данные о составе посевных площадей в агрофирмах и фермерских хозяйствах Тамбовской области на 1 ноября 2010 года (тыс.га)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид культуры | Посевная площадь | |
| Агрофирмы | Фермерские хозяйства |
| Зерновые | 570,6 | 595,9 |
| Технические | 105,6 | 34,6 |
| Картофель | 27,9 | 17,8 |
| Сахарная свекла | 299,0 | 276,9 |
| ИТОГО | 1003,1 | 925,2 |

Для изучения использования посевных площадей агрофирмами и фермерскими хозяйствами области определить относительные величины структуры и изобразить их графически

**Решение:** Для расчета относительных величин структуры сопоставим посевные площади, занятые под отдельными культурами с общим итогом (формула 2.2) . определим их удельный вес в процентах:

Зерновые культуры -

В агрофирмах: В фермерских хозяйствах:

Аналогично исчисляются показатели по остальным видам культур.

В результате расчетов получаем следующие данные о составе посевных площадей в агрофирмах и фермерских хозяйствах Тамбовской области на 1 ноября 2010 года (%):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид культуры | Посевная площадь | |
| Агрофирмы | Фермерские хозяйства |
| Зерновые | 56,9 | 64,4 |
| Технические | 10,5 | 3,7 |
| Картофель | 2,8 | 1,9 |
| Сахарная свекла | 29,8 | 29,9 |
| ИТОГО | 100,0 | 100,0 |

Из расчетной таблицы видно, что в фермерских хозяйствах на каждые 100 га зерновые культуры занимают на 7,5 га больше, чем в агрофирмах, а удельный вес посевных площадей используемых под картофелем, техническими культурами и сахарной свеклой в агрофирмах выше чем в фермерских хозяйствах. Выявленная специфика получает наглядность в графическом исполнении. Для графического представления относительных величин обычно используются круговые диаграммы. Для этого делается пересчет с коэффициентом 3,6 = 100% / 360 град.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид культуры | Посевная площадь | |
| Агрофирмы | Фермерские хозяйства |
| Зерновые | 204,8 | 231,9 |
| Технические | 37,9 | 13,5 |
| Картофель | 10,0 | 6,9 |
| Сахарная свекла | 107,3 | 107,7 |
| ИТОГО | 360,0 | 360,0 |

Рис.2.3 Круговые диаграммы

Тема: Относительный показатель структуры и координации

*ЗАДАЧА 14*

За 2009 год по Тамбовской области получены следующие данные о численности детей родившихся в области, чел.:

Мальчики – 5255 Девочки – 4950

**Решение:**Для определения относительной величины соотношения численности мальчиков и девочек сопоставим между собой исходные данные (приняв за базу сравнения численность родившихся девочек)

****

т.е. на каждые 100 девочек рождались 106 мальчиков

*ЗАДАЧА 15*

Имеются условные данные о внешнеторговом обороте страны, млн. долл. Вычислить относительные показатели структуры и координации.

|  |  |
| --- | --- |
| Период | I кв.09 г. |
| экспорт | 2693 |
| импорт | 1872 |

**Решение:** По формулам(2.2) и (2.3)вычислим:

1)  

2)  - то есть на каждый млн. рублей импорта приходится 1,44 млн рублей экспорта

 - на каждый млн. рублей экспорта приходится 0,695 рублей импорта

Тема: Относительные показатели плана и реализации плана

*ЗАДАЧА 16*

Оборот торговой фирмы в 2010 году составил 2,0 млн.рублей. Исходя из рыночных прогнозов руководство фирмы считает реальным в следующем году довести оборот до 2,8 млн.руб. Определить плановые показатели.

**Решение:**

В этом случае относительный показатель плана ОПП (формула 2.6) составит:



Фактический оборот фирмы в 2011 году составил 2,6 млн.руб. Тогда, ОПРП (формула 2.7) составит:

 Тогда ОПД (формула 2.8) составит:

 или 

Тема: Средняя арифметическая простая (невзвешенная)

*ЗАДАЧА 17*

Имеются следующие данные о производстве изделия А за смену:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер рабочего | Выпущено изделий за смену | Номер рабочего | Выпущено изделий за смену |
| 1 | 16,0 | 6 | 17,0 |
| 2 | 17,0 | 7 | 18,0 |
| 3 | 18,0 | 8 | 20,0 |
| 4 | 17,0 | 9 | 21,0 |
| 5 | 16,0 | 10 | 18,0 |

Найти среднюю выработку на одного рабочего.

**Решение:** Определим среднюю выработку рабочими данной группы по формуле 2.10:



Тема: Расчет средней арифметической взвешенной для дискретного

ряда распределения

*ЗАДАЧА 18*

Имеются следующие данные о заработной плате рабочих-сдельщиков:

|  |  |
| --- | --- |
| Месячная  заработная плата тыс.руб. | Число  рабочих |
| 20 | 2 |
| 22 | 6 |
| 25 | 16 |
| 28 | 20 |
| 30 | 15 |

Определить среднюю зарплату рабочих

**Решение:** Составим вспомогательную таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Месячная  заработная плата тыс.руб.  варианта x | Число  рабочих f | x\*f |
| 20 | 2 | 40 |
| 22 | 6 | 132 |
| 25 | 16 | 400 |
| 28 | 20 | 560 |
| 30 | 15 | 450 |
| Итого | 59 | 1582 |

Воспользуемся формулой 2.11 расчета средневзвешенной средней:



Тема: Расчет средней арифметической взвешенной для интервального

ряда распределения

*ЗАДАЧА 19*

Имеются следующие данные:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы рабочих по количеству произведенной продукции за смену шт. | Число  рабочих |
| 3-5 | 10 |
| 5-7 | 30 |
| 7-9 | 40 |
| 9-11 | 15 |
| 11-13 | 5 |

Определить среднюю выработку рабочего.

**Решение:** Составим вспомогательную таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих по количеству произведенной продукции за смену шт. | Число  рабочих f | Середина интервала х | х\*f |
| 3-5 | 10 | 4 | 40 |
| 5-7 | 30 | 6 | 180 |
| 7-9 | 40 | 8 | 320 |
| 9-11 | 15 | 10 | 150 |
| 11-13 | 5 | 12 | 60 |
| Итого | 100 |  | 750 |

Исчислим среднюю выработку продукции одним рабочим за смену. В данном случае варианты осредняемого признака представлены не одним числом, а интервалом «от-до». Заменим интервал дискретным числом – серединой интервала. Тогда расчет сведется к формуле 2.11 из предыдущего примера (ЗАДАЧА 18).



Тема: Средняя геометрическая невзвешенная

*ЗАДАЧА 20*

По имеющимся данным о темпах роста выпуска продукции определите среднегодовой темп роста за 5 лет.

|  |  |
| --- | --- |
| Год | Темп роста выпуска  продукции, % |
| 2006 | 113 |
| 2007 | 106 |
| 2008 | 98 |
| 2009 | 116 |
| 2010 | 110 |

**Решение:** при расчете среднегодовых темпов роста используется средняя геометрическая формула 2.14:

; 

Тема: Средняя гармоническая невзвешенная

*ЗАДАЧА 21*

Бригада токарей из трех человек должна выточить 460 деталей. Определить, сколько времени (в часах) им потребуется.

|  |  |
| --- | --- |
| Токарь | Затраты времени токаря на  выточку одной детали, мин. |
| Иванов | 8 |
| Петров | 11 |
| Сидоров | 16 |

**Решение:** Количество деталей в минуту которые изготовляют токари при совместной работе определяется по формуле 2.13:



Тогда 460 деталей они изготовят за t= 3,59 \*460 = 1652,2 мин = **27,54 ч**

Тема: Средняя гармоническая взвешенная

*ЗАДАЧА 22*

По условным исходным данным о предприятиях, представленным ниже, определите по группе предприятий средние значения:

1. реализованной продукции;
2. производительности труда;
3. заработной платы.

Укажите виды рассчитываемых в каждом случае средних величин.

**Характеристика предприятий района (данные условные)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия | Объем  реализации, тыс.руб. | Объем реализации на 1 работника, тыс.руб./чел. | Рентабельность, % | Доля рабочих в общей численности работников, % | Среднемесячная зарплата на 1  работника, руб./чел. |
| 1 | 362728 | 1242 | 26,3 | 74,3 | 5420 |
| 2 | 257206 | 989 | 27,3 | 71,4 | 4456 |
| 3 | 257721 | 1227 | 21,7 | 72,3 | 4681 |
| 4 | 224238 | 901 | 20,6 | 73,9 | 3574 |

**Решение:** 1) Среднее значение реализованной продукции на одного работника определяем по формуле 2.12 средней гармонической взвешенной: 

2) Среднее значение производительности труда определяется по формуле 2.10 средней арифметической простой:



3) Среднее значение заработной платы определяется по формуле 2.11 средней арифметической взвешенной**:** 

Тема:расчет моды

*ЗАДАЧА 23*

Распределение проданной обуви по размерам характеризуется следующими показателями:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Размер обуви | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | **41** | 42 | 43 | 44 | 45 | и выше |
| Число пар в % к итогу | - | 1 | 6 | 8 | 22 | **30** | 20 | 11 | 1 | 1 | - |

Рассчитать моду

**Решение:** В этом ряду распределения мода равна 41. Именно этот размер обуви пользовался наибольшим спросом покупателей – 30% проданной обуви.

*ЗАДАЧА 24*

Распределение предприятий по численности промышленно-производственного персонала характеризуются следующими данными:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы предприятий по числу работающих, чел. | Число  предприятий |
| 100-200 | 1 |
| 200-300 | 3 |
| 300-400 | 7 |
| **400-500** | **30** |
| 500-600 | 19 |
| 600-700 | 15 |
| 700-800 | 5 |
| Итого | 80 |

Рассчитать моду.

**Решение:** Модальным интервалом является интервал с наибольшей частотой. В данной задаче он равен 30. Мода вычисляется по формуле 2.20. Определим значения для расчета моды:

 подставим эти значении в формулу моды и произведем вычисления:



Тема:расчет медианы

*ЗАДАЧА 25*

Определить медиану заработной платы рабочих по следующей таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| Месячная заработная плата (тыч.руб) | Число рабочих |
| 10 | 2 |
| 12 | 6 |
| 15 | 16 |
| 17 | 12 |
| 20 | 4 |

**Решение:** Для определения медианы рассчитаем накопленную сумму частот:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Месячная заработная плата (тыч.руб) | Число  рабочих | Сумма накопленных частот |
| 10 | 2 | 2 |
| 12 | 6 | 8 |
| 15 | 16 | 24 |
| 17 | 12 | - |
| 20 | 4 | - |
| Итого | 40 |  |

Считать будем до тех пор, пока сумма частот не превысит половину общей суммы частот. Для нашей задачи это - 24 > 40/2. Варианта соответствующая этой сумме, т.е 15 тыс.руб. и есть медиана ряда.

*ЗАДАЧА 26*

Рассчитать медиану в интервальном вариационном ряду:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы предприятий по числу работающих, чел. | Число  предприятий |
| 100-200 | 1 |
| 200-300 | 3 |
| 300-400 | 7 |
| 400-500 | 30 |
| 500-600 | 19 |
| 600-700 | 15 |
| 700-800 | 5 |

**Решение:** Определим медианный интервал. В данной задаче сумма накопленных частот, превышающих половину всех значений (41), соответствует интервалу (400-500):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Группы предприятий по числу работающих, чел. | Число  предприятий | Сумма  накопленных частот |
| 100-200 | 1 | 1 |
| 200-300 | 3 | 4 |
| 300-400 | 7 | 11 |
| **400-500** | **30** | **41** |
| 500-600 | 19 | - |
| 600-700 | 15 | - |
| 700-800 | 5 | - |
| Итого | 80 |  |

. Это и есть медианный интервал в котором находится медиана. Определим ее значение по формуле 2.18. При этом значения будут равны:











**2.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: Пересчет абсолютных величин в условные единицы измерения

*ЗАДАЧА 27*

В отчетном периоде на производственные нужды израсходованы следующие виды топлива: мазут топочный – 800 т, угол донецкий – 460 т, газ природный – 940 тыс.м3 .

На основе приведенных данных определите общий размер потребленного в отчетном периоде топлива в условных единицах измерения.

*Примечание. Средние калорийные эквиваленты для перевода отдельных видов топлива в условное топливо:*

*Вид топлива Калорийные эквиваленты*

*Уголь донецкий, т 0,9*

*Мазут топочный, т 1,37*

*Газ природный, тыс.м3 1,2*

*ЗАДАЧА 28*

Выплавка чугуна по цехам завода в отчетном периоде характеризуется

следующими данными:

|  |  |
| --- | --- |
| Вид чугуна | Количество, тыс.т. |
| Передельный | 52 |
| Литейный | 76 |
| Ванадиевый | 94 |
| Ковкий и валкий | 110 |
| Хромоникелевый | 126 |
| Зеркальный | 124 |

Определить общий объем выплавки чугуна в натуральном выражении и в условном

натуральном выражении (в переводе на передельный чугун). Объяснить разницу в исчисленных показателях объемы выпуска продукции.

*Примечание. Для перевода отдельных видов чугуна в условные натуральные единицы измерения используются следующие коэффициенты:*

|  |  |
| --- | --- |
| *Вид чугуна* | *Коэффициент.* |
| *Передельный* | *1,00* |
| *Литейный* | *1,15* |
| *Ванадиевый* | *1,35* |
| *Ковкий и валкий* | *1,15* |
| *Хромоникелевый* | *1,50* |
| *Зеркальный* | *1,50* |

*ЗАДАЧА 29*

В отчетный период поставка молочной продукции в торговую сеть характеризуется следующими данными:

|  |  |
| --- | --- |
| Вид продукции | Обьем  поставки |
| Молоко 3.2% | 144,0 |
| Молоко 6.0% | 107,0 |
| Кефир | 37,0 |
| Иогурт | 12,0 |
| Ряженка | 6,2 |
| Сметана | 113,0 |
| Творог | 43,0 |
| Сырковая масса | 3,0 |

Требуется определить общий объем поставки молочной продукции торговой сети города в отчетном периоде.

*Примечание: Цельномолочная продукция исчисляется в единицах массы путем пересчета каждой единицы молочной продукции на молоко по установленным коэффициентам:*

|  |  |
| --- | --- |
| *Вид продукции* | *Коэффициент* |
| *Молоко 3.2%* | *1,0* |
| *Молоко 6.0%* | *2,0* |
| *Кефир* | *1,0* |
| *Иогурт* | *1,2* |
| *Ряженка* | *2,0* |
| *Сметана* | *8,5* |
| *Творог* | *6,5* |
| *Сырковая масса* | *5,4* |

Тема: относительные показатели динамики

*ЗАДАЧА 30*

Имеются следующие данные о потреблении основных продуктов питания на душу населения в год (кг):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Продукты питания | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Мясо и мясопродукты в пересчете на мясо | 40,3 | 43,7 | 46,3 | 47,8 | 52 | 57 |
| Молоко и молочные продукты в пересчете на молоко | 154 | 172 | 240 | 251 | 307 | 316 |
| Сахар | 34 | 35,8 | 36,1 | 37,5 | 38,8 | 40,9 |
| Овощи и бахчевые | 40 | 51 | 70 | 72 | 82 | 89 |

Определить относительные величины динамики характеризующие рост потребления мяса и мясопродуктов: 1) по сравнению с уровнем 2005 года 2) по сравнению с уровнем предыдущего года. Полученные результаты изобразить графически. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 31*

По данным *задачи 30* определить относительные величины динамики характеризующие рост потребления молока и молочных продуктов: 1) по сравнению с уровнем 2005 года 2) по сравнению с уровнем предыдущего года. Полученные результаты изобразить графически. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 32*

По данным *задачи 30* определить относительные величины динамики характеризующие рост потребления сахара: 1) по сравнению с уровнем 2005 года 2) по сравнению с уровнем предыдущего года. Полученные результаты изобразить графически. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 33*

По данным *задачи 30* определить относительные величины динамики характеризующие рост потребления овощей и бахчевых: 1) по сравнению с уровнем 2005 года 2) по сравнению с уровнем предыдущего года. Полученные результаты изобразить графически. Сделать выводы.

Тема: относительный показатель структуры

*ЗАДАЧА 34*

Имеются следующие данные о затратах на производство продукции металлургического и машиностроительного заводов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Виды затрат | Металлургический завод | Машиностроительный завод |
| Сырье и основные материалы | 25,1 | 47,3 |
| Вспомогательные материалы | 2,6 | 3,3 |
| Топливо | 4,9 | 1,2 |
| Энергия | 1,7 | 1,8 |
| Амортизация | 3,1 | 3,7 |
| Заработная плата и отчисления | 5,3 | 21,8 |
| Прочие расходы | 1,3 | 2,9 |
| Итого | 44 | 82 |

Определить относительные величины структуры затрат на производство продукции на 1)металлургическом заводе 2) машиностроительном заводе. Изобразите полученные структурные величины в виде круговой диаграммы. Сделать выводы.

*ЗАДАЧА 35*

Получены следующие данные по Тамбовской области о составе площадей занятыми под плодово-ягодными насаждениями в 2009 году (тыс.га)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Виды насаждений | Агрофирмы, фермерские хозяйства | Личные подсобные хозяйства населения |
| Плодовые насаждения в том числе: | 19,3 | 25,7 |
| семечковые | 18,6 | 19,0 |
| косточковые | 0,7 | 6,7 |
| Ягодные насаждения | 2,1 | 4,0 |
| Итого | 40,7 | 55,4 |

Определить относительные величины структуры площадей, занятых под плодово-ягодные насаждения в 1) агрофирмах и фермерских хозяйствах 2) личных подсобных хозяйствах. Изобразить полученные структурные величины в виде круговой диаграммы. Сделать выводы.

Тема: Относительный показатель структуры и координации

*ЗАДАЧА 36*

На предприятии в начале года по списку числилось рабочих 2145 человек, административно-управленческого персонала 147 человек. К концу года списочная численность рабочих увеличилась на 49 человек, а численность административно-управленческого аппарата была сокращена на 4 человека. Определить относительные величины характеризующие соотношения между списочной численностью рабочих и численностью административно-управленческого аппарата на 1) начало года 2) конец года.

Тема: Относительные показатели плана и реализации плана

*ЗАДАЧА 37*

По плану завод должен был выпускать в отчетном периоде товарной продукции на 12 млрд.руб. при средней численности работающих 4200 человек. Фактически выпуск товарной продукции в этот период составил 13,1 млрд.руб. при средне-списочной численности работающих 4320 человек. Определить 1) относительную величину выполнения плана по выпуску товарной продукции 2) относительную величину выполнения плана по численности работающих 3) показатель изменения фактического выпуска продукции на одного работающего по сравнению с планом.

Тема: Расчет средней арифметической взвешенной для интервального

ряда распределения

*ЗАДАЧА 38*

При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи: 5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4. Составьте вариационный ряд распределения частот. Постройте полигон распределения частот, кумуляту. Определить среднее число членов семьи. Объяснить полученные результаты, сделать выводы.

*ЗАДАЧА 39*

Имеются данные о еженедельном количестве проданных компьютеров одной из фирм: 398, 412, 560, 474, 544, 690, 587, 600, 613, 457, 504, 477, 530, 641, 359, 566, 452, 633, 474, 499. 580, 606, 344, 455,505, 396, 347, 441, 390, 632, 400, 582. Составить вариационный ряд. Найти среднее количество проданных компьютеров.

*ЗАДАЧА 40*

Администрацию магазина интересует частота покупок калькуляторов. Менеджер в течении января регистрировал данные о покупке МК и собрал следующие данные: 8, 4, 4, 9, 3, 3, 1, 2, 0, 4, 2, 3, 5, 7, 10, 6, 5, 7, 3, 2, 9, 8, 1, 4, 6, 5, 4, 2, 1, 0, 8. Постройте вариационный ряд, найдите среднее количество проданных калькуляторов . Какие рекомендации вы дали бы администрации универсама?

*ЗАДАЧА 41*

Число пассажиров одного из рейсов за 30 дней составило: 128, 121, 134, 118, 123, 109, 120, 116, 125, 128, 121, 129, 130, 131, 127, 119, 114, 124, 110, 126, 134, 125, 128, 123, 128, 133, 132, 136, 134, 129. Составьте вариационный ряд. Найдите среднее число пассажиров в рейсе. Сделайте анализ полученных результатов.

*ЗАДАЧА 42*

Имеются данные о годовой мощности предприятий в 2010 году

|  |  |
| --- | --- |
| Предприятия с годовой мощностью, тыс.т | Количество  предприятий |
| До 500 | 27 |
| 500 – 1000 | 11 |
| 1000 – 2000 | 8 |
| 2000 – 3000 | 8 |
| Свыше 3000 | 2 |

Построить гистограмму, кумуляту. Рассчитать среднюю мощность предприятий. Сделайть анализ полученных результатов.

*ЗАДАЧА 43*

По данным выборочного обследования получено следующее распределение по среднедушевому доходу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Среднедушевой доход семьи в  месяц, у.е. | до  250 | 250– 500 | 500– 750 | 750– 1000 | 1000– 1250 | 1250– 1500 | 1500 и выше |
| Количество  обследованных семей | 46 | 236 | 250 | 176 | 102 | 78 | 12 |

Постройте гистограмму, кумуляту. Рассчитайте среднюю мощность предприятий. Сделайте анализ полученных результатов.

*ЗАДАЧА 44*

Постройте гистограмму частот, найдите среднюю заработную плату работников одного из цехов ОАО «Пигмент»

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Заработная плата, у.е | 500- 750 | 750 – 1000 | 1250 – 1500 | 1500 – 1750 | 1750 – 2000 | 2000 - 2250 |
| Число работников | 12 | 23 | 37 | 19 | 15 | 9 |

*ЗАДАЧА 45*

Продажа акций на аукционе характеризуется следующими данными:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Продажа акций в % | 9 - 15 | 15 – 21 | 21 – 27 | 27 – 33 |
| Число акционерных обществ | 3 | 5 | 4 | 2 |

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите средний процент продажи акций.

*ЗАДАЧА 46*

Для оценки состояния деловой активности предприятий были проведены обследования и получены следующие результаты:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Показатель деловой активности | 0 – 8 | 8 – 16 | 16 – 24 | 24 - 32 |
| Число предприятий | 10 | 15 | 8 | 5 |

Постройте гистограмму распределения частот. Найдите среднее значение показателя деловой активности. Сделайте анализ полученных результатов.

*ЗАДАЧА 47*

Имеются данные о возрастном составе безработных по РФ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Возраст | 16-20 | 20-24 | 25-29 | 30-49 | 50-54 | 55-59 | 60-65 |
| Мужчины | 7,7 | 17,0 | 11,9 | 50,9 | 4,2 | 5,7 | 2,6 |
| Женщины | 11,2 | 18,5 | 11,7 | 49,5 | 4,0 | 3,8 | 1,3 |

Найдите средний возраст безработных мужчин и женщин. Оцените различия показателей возрастного состава безработных мужчин и женщин. Сделайте выводы.

Тема: Средняя гармоническая взвешенная

*ЗАДАЧА 48*

По данным о производстве и среднегодовой выработке на одного рабочего по четырем бригадам определить среднюю производительность труда одного рабочего в среднем по заводу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер бригады | Произведено валовой  продукции тыс.руб | Выработка на одного рабочего тыс.руб. |
| 1 | 57 | 1,9 |
| 2 | 46 | 2,0 |
| 3 | 65 | 2,5 |
| 4 | 70 | 2,8 |

Тема:расчет модыи медианы

*ЗАДАЧА 49*

Рассчитать моду и медиану по следующим данным:

|  |  |
| --- | --- |
| Влажность % | Число  образцов |
| до 14 | 20 |
| 14-16 | 30 |
| 16-18 | 25 |
| 18-20 | 15 |
| 20 и более | 10 |

*ЗАДАЧА 50*

На основе имеющихся данных о распределении предприятий города по объему выпуска продукции определить моду, медиану:

|  |  |
| --- | --- |
| Группа предприятий по объему выпуска, млн.руб. | Количество предприятий |
| До 40 | 8 |
| 40 - 50 | 10 |
| 50 - 60 | 18 |
| 60 - 70 | 24 |
| 70 - 80 | 22 |
| 80 - 90 | 23 |
| 90 - 100 | 17 |
| Более 100 | 8 |

*ЗАДАЧА 51*

Супермаркет имеет данные о покупках, совершаемых покупателями за определенный период. Рассчитать моду и медиану.

|  |  |
| --- | --- |
| Сумма покупки,  тыс.руб. | Количество  покупок |
| До 100 | 24 |
| 100 - 200 | 28 |
| 200 - 300 | 40 |
| 300 - 400 | 32 |
| 400 - 500 | 26 |
| 500 - 600 | 19 |

*ЗАДАЧА 52*

Рассчитать моду и медиану по следующим данным:

|  |  |
| --- | --- |
| Группы предприятий по себестоимости  единицы продукции, руб. | Число  предприятий |
| 1,6-2,0 | 2 |
| 2,0-2,4 | 3 |
| 2,4-2,8 | 5 |
| 2,8-3,2 | 7 |
| 3,2-3,6 | 10 |
| 3,6-4,0 | 3 |

**3.** **Показатели вариации**

3.1 Методические указания и решение типовых задач

**Вариацией** называется изменяемость величины признака. Вариация проявляется в отклонениях от средних и зависит от множества факторов, влияющих на социально-экономическое явление. Вариация бывает случайной и систематической, существует в пространстве и во времени. Показатели вариации делятся на абсолютные и относительные (таблица 3.1).

Таблица 3.1

Показатели вариации

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Показатель | | Формула расчета показателя | |
| простой | взвешенный |
| Абсолютные | Размах | (3.1) | |
| Среднее  линейное  отклонение | (3.2) | \* (3.3) |
| Дисперсия | σ2 (3.4) | (3.5) |
| Среднее  квадратическое отклонение | (3.6) | (3.7) |
| относительные | Коэффициент  вариации | (3.8) | |
| Линейный  коэффициент  вариации | (3.9) | |
| Коэффициент  осцилляции | (3.10) | |

\* – Здесь *fi* – частота ().

Относительные показатели (коэффициент вариации, линейный коэффициент вариации, коэффициент осцилляции) строятся с учетом базы (в виде средней), выражаются в процентах и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации

. (3.11)

Для расчета дисперсии можно использовать модифицированную формулу:

. (3.12)

**Виды дисперсий в совокупности, разделенной на части. Правило сложения**

**дисперсий .**

Если исходная совокупность является такой, что по значениям признака она делится на *l* групп, то общая дисперсия складывается из частных дисперсий. Для формул 3.13-3.18:

*хi* – *i*-е значение признака ();

*fij* – частота *i*-го значения признака, число единиц в *j*-й группе;

*mi* – сумма частот *i*-го значения признака в каждой группе;

*nj* – сумма частот всех значений признака в *j*-й группе;

*N* – сумма частот всех значений признака во всех группах (объем совокупности).

Сначала вычисляем *l* частных средних (), т.е. среднее значение признака в каждой группе:

. (3.13)

На основе частных средних определяем общую среднюю () по формулам

 или . (3.14)

**Общая дисперсия** совокупности

. (3.15)

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех факторов, действующих в данной совокупности.

Вариацию между группами за счет признака-фактора, положенного в основу группировки, отражает **межгрупповая дисперсия**, которая исчисляется как средний квадрат отклонений групповой средней от общей средней:

. (3.16)

**Межгрупповая дисперсия** характеризует систематическую вариацию результативного признака, т.е. вариацию между группами за счет признака-фактора, положенного в основу группировки.

Вариацию внутри каждой группы изучаемой совокупности отражает **внутригрупповая дисперсия**, которая исчисляется как средний квадрат отклонений значений признака *х* от частной средней :

 или . (3.17)

Для всей совокупности внутригрупповую вариацию будет выражать **средняя из внутригрупповых дисперсий**, которая рассчитывается как средняя арифметическая из внутригрупповых дисперсий:

. (3.18)

*Внутригрупповая дисперсия* отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации обусловленную влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основу группировки.

Между представленными видами дисперсий существует определенное соотношение, которое известно как *правило сложения дисперсий*:

. (3.19)

Таким образом, общая дисперсия складывается из двух слагаемых: первое – средняя из внутригрупповых дисперсий – измеряет вариацию внутри частей совокупности, второе – межгрупповая дисперсия – вариацию между средними этих частей.

Правило сложения дисперсий позволяет выявить зависимость результатов от определяющих факторов с помощью соотношения межгрупповой и общей дисперсий. Это соотношение называется **эмпирическим коэффициентом детерминации** (η2) и показывает долю вариации результативного признака под влиянием факторного.

. (3.20)

**Эмпирическое корреляционное отношение** (η) показывает тесноту связи между исследуемым явлением и группировочным признаком.

. (3.21)

η2 и η  [0, 1]. (3.22)

Если связь отсутствует, то η = 0. В этом случае межгрупповая дисперсия равна нулю (δ2=0), т.е. все групповые средние равны между собой и межгрупповой вариации нет. Это означает, что группировочный признак не влияет на вариацию исследуемого признака *х*.

Если связь функциональная, то η = 1. В этом случае дисперсия групповых средних равна общей дисперсии (). Это означает, что группировочный признак полностью определяет характер изменения изучаемого признака.

Чем больше значение корреляционного отношения приближается к единице, тем полнее (сильнее) корреляционная связь между признаками (таблица 3.3).

Таблица 3.3

Качественная оценка связи между признаками (шкала Чэддока)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение | Характер связи |  | Значение | Характер связи |
| η = 0 | Отсутствует |  | 0,5 ≤ η < 0,7 | Заметная |
| 0 < η < 0,2 | Очень слабая |  | 0,7 ≤ η < 0,9 | Сильная |
| 0,2 ≤ η < 0,3 | Слабая |  | 0,9 ≤ η < 1 | Весьма сильная |
| 0,3 ≤ η < 0,5 | Умеренная |  | η = 1 | Функциональная |

Тема:расчет абсолютных и относительных показателей вариации

*ЗАДАЧА 53*

Супермаркет имеет данные о покупках, совершаемых покупателями за определенный период. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.**

|  |  |
| --- | --- |
| Сумма покупки, тыс.руб. | Количество  покупок |
| До 100 | 24 |
| 100 - 200 | 28 |
| 200 - 300 | 40 |
| 300 - 400 | 32 |
| 400 - 500 | 26 |
| 500 - 600 | 19 |

**Решение:** промежуточные данные удобно представить в виде таблицы :

**Расчет показателей вариации (промежуточные данные)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Сумма  покупки, тыс.руб. |  |  |  |  |  |  |  |
| До 100 | 24 | 50 | |  | | --- | | 1200 | | 238,46 | 5723,04 | 56863,17 | 1364716,12 |
| 100 - 200 | 28 | 150 | 4200 | 138,46 | 3876,88 | 19171,17 | 536792,80 |
| 200 - 300 | 40 | 250 | 10000 | 38,46 | 1538,40 | 1479,17 | 59166,86 |
| 300 - 400 | 32 | 350 | 11200 | 61,54 | 1969,28 | 3787,17 | 121189,49 |
| 400 - 500 | 26 | 450 | 11700 | 161,54 | 4200,04 | 26095,17 | 678474,46 |
| 500 - 600 | 19 | 550 | 10450 | 261,54 | 4969,26 | 68403,17 | 1299660,26 |
| Итого | 169 |  | 48750 |  | 22276,9 | 175799,03 | 4060000 |
| Среднее |  |  | 288,46 |  | 131,82 |  | 24023,67 |

Среднее значение вычислим по формуле 2.11- 

Для расчета модуля разности  удобно пользоваться встроенной функцией Excel – ABS из категории «математические».

Рассчитаем показатели, характеризующие вариацию:

|  |  |
| --- | --- |
| **Показатель** | **Формула расчета** |
| Размах (3.1) |  |
| Среднее линейное отклонение (3.2) |  |
| Среднее -квадратичное отклонение (3.3) |  |
| Коэффициент вариации (3.8) |  |
| Коэффициент осцилляции (3.10) |  |
| Линейный коэффициент вариации (3.9) |  |

Согласно формулы 3.11 **>**33% - т.е. исследуемая совокупность неоднородна.

*ЗАДАЧА 54*

Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации по исходным данным *задачи 53*, используя для расчета дисперсии формулу 3.12.

**Решение:** Модифицированная формула записывается в следующем виде:

. или 

Промежуточные данные удобно представить в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Сумма  покупки, тыс.руб. |  |  |  |  |  |  |  |
| До 100 | 24 | 50 | 1200 | 2500 | 60000 | 238,46 | 5723,04 |
| 100 - 200 | 28 | 150 | 4200 | 22500 | 630000 | 138,46 | 3876,88 |
| 200 - 300 | 40 | 250 | 10000 | 62500 | 2500000 | 38,46 | 1538,40 |
| 300 - 400 | 32 | 350 | 11200 | 122500 | 3920000 | 61,54 | 1969,28 |
| 400 - 500 | 26 | 450 | 11700 | 202500 | 5265000 | 161,54 | 4200,04 |
| 500 - 600 | 19 | 550 | 10450 | 302500 | 5747500 | 261,54 | 4969,26 |
| Итого | 169 |  | 48750 | 715000 | 18122500 |  | 22276,9 |
| Среднее |  |  | 288,46 |  |  |  | 131,82 |

Тогда 

и  .

Все остальные показатели вариации считаются аналогично *задачи 53*.

Тема:расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии

(по правилу сложения дисперсий)

*ЗАДАЧА 55*

Определить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух бригадах:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Изготовлено  деталей за час, шт. (производительность труда) | Количество рабочих,  имеющих соответствующую  производительность труда | |
| в бригаде 1 | в бригаде 2 |
| *хi* | *fi*1 | *fi*2 |
| 10 | 1 | 0 |
| 12 | 3 | 0 |
| 14 | 3 | 1 |
| 16 | 2 | 3 |
| 18 | 1 | 2 |
| 20 | 0 | 4 |

**Решение:** Промежуточные расчеты занесем в таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | Бр. 1 | Бр. 2 | *mi* | Промежуточные расчеты для  определения средних величин | | |
| *fi*1 | *fi*2 | *хi·fi*1 | *хi·fi*2 | *хi·mi* |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 10 | 0 | 10 |
| 12 | 3 | 0 | 3 | 36 | 0 | 36 |
| 14 | 3 | 1 | 4 | 42 | 14 | 56 |
| 16 | 2 | 3 | 5 | 32 | 48 | 80 |
| 18 | 1 | 2 | 3 | 18 | 36 | 54 |
| 20 | 0 | 4 | 4 | 0 | 80 | 80 |
| Σ | *n*1=10 | *n*2=10 | *N*=20 | Σ*хi·fi*1=138 | Σ*хi·fi*2=178 | Σ*хi· mi* =316 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | Промежуточные расчеты для определения дисперсий | | | | | |
| (*хi –*) | (*хi –*) | (*хi* –) | (*хi –*)2·*fi*1 | (*хi –*)2·*fi*2 | (*хi* –)2·*mi* |
| 10 | -3,8 | -7,8 | -5,8 | 14,44 | 0,00 | 33,64 |
| 12 | -1,8 | -5,8 | -3,8 | 9,72 | 0,00 | 43,32 |
| 14 | 0,2 | -3,8 | -1,8 | 0,12 | 14,44 | 12,96 |
| 16 | 2,2 | -1,8 | 0,2 | 9,68 | 9,72 | 0,20 |
| 18 | 4,2 | 0,2 | 2,2 | 17,64 | 0,08 | 14,52 |
| 20 | 6,2 | 2,2 | 4,2 | 0,00 | 19,36 | 70,56 |
| Σ | – | – | – | 51,60 | 43,60 | 175,20 |

Средняя производительность труда для 1-й бригады:

 = 13,8 шт./ч.

Средняя производительность труда для 2-й бригады:

 = 17,8 шт./ч.

Средняя производительность труда для 1-й и 2-й бригады:

 = 15,8 шт./ч.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дисперсия 1-й группы (бригады)  = 5,16 | | Дисперсия 2-й группы (бригады)  = 4,36 |
| Средняя из групповых дисперсий  = 4,76 | | Межгрупповая дисперсия  = 4,0 |
| Общая дисперсия | =8,76 | |
| Проверка по правилу  сложения дисперсий: | = 4,76 + 4,00 = 8,76 | |

Эмпирический коэффициент детерминации:

 = 0,457 = 45,7%.

Отсюда можно сделать вывод, что общая вариация производительности труда на 45,7% обусловлена вариацией между группами.

Эмпирическое корреляционное отношение

 = 0,6757.

Значение η = 0,6757 показывает заметную связь по шкале Чэддока (см. таблицу 3.3) между исследуемым явлением (производительностью труда) и группировочным признаком (бригады).

**3.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема:расчет абсолютных и относительных показателей вариации

*ЗАДАЧА 56*

Известна структура посевных площадей агрофирмы. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.**

|  |  |
| --- | --- |
| Урожайность пшеницы, ц/га | Посевная площадь, га |
| 14-16 | 100 |
| 16-18 | 300 |
| 18-20 | 400 |
| 20-22 | 200 |

*ЗАДАЧА 57*

По условиям *задачи 56* рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.** Для расчета дисперсии использовать формулу 3.12.

*ЗАДАЧА 58*

Известна структура посевных площадей агрофирмы. Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.**

|  |  |
| --- | --- |
| Урожайность хлопка-сырца, ц/га | Посевная площадь, в %  к итогу |
| 10-14 | 18 |
| 14-18 | 18 |
| 18-22 | 25 |
| 22-26 | 25 |
| 26-30 | 13 |
| 30-34 | 1 |
| итого | 100 |

*ЗАДАЧА 59*

По условиям *задачи 58* рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.** Для расчета дисперсии использовать формулу 3.12.

*ЗАДАЧА 60*

Рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.**

|  |  |
| --- | --- |
| Затраты времени на одну деталь, в мин. | Число  рабочих в % к итогу |
| 22-24 | 2 |
| 24-26 | 12 |
| 26-28 | 34 |
| 28-30 | 40 |
| 30-32 | 10 |
| 32-34 | 2 |
| итого | 100 |

*ЗАДАЧА 61*

По условиям *задачи 60* рассчитать абсолютные и относительные показатели вариации. Сделать вывод об однородности исследуемой совокупности**.** Для расчета дисперсии использовать формулу 3.12.

Тема:расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии

(по правилу сложения дисперсий)

*ЗАДАЧА 62*

Имеются следующие данные о производительности ткачей за час работы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Табельный номер ткача | Изготовлено ткани трехстаночниками за 1 час | Табельный  номер ткача | Изготовлено ткани четырехстаночниками за 1 час |
| 1 | 13 | 7 | 18 |
| 2 | 14 | 8 | 19 |
| 3 | 15 | 9 | 22 |
| 4 | 17 | 10 | 20 |
| 5 | 16 | 1 | 24 |
| 6 | 15 | 12 | 13 |

Вычислить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух бригадах.

*ЗАДАЧА 63*

Имеются следующие данные о производительности труда рабочих:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Табельный номер  рабочего | Произведено продукции в шт. | |
| в дневную смену | в ночную смену |
| 1 | 5 | 5 |
| 2 | 8 | 6 |
| 3 | 7 | 4 |
| 4 | 4 | 4 |

Вычислить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух сменах.

**4. Выборочное наблюдение в статистике**

4.1 Методические указания и решение типовых задач

Наиболее широко распространенным видом не сплошного наблюдения является выборочное наблюдение, при котором обследуются не все единицы изучаемой совокупности, а лишь определенным образом отобранная их часть.

Вся подлежащая изучению совокупность объектов (наблюдений) называется ***генеральной совокупностью. Выборочной совокупностью или выборкой*** называется часть генеральной совокупности, отобранная для изучения свойств обеспечивающая репрезентативность.

Отбор из генеральной совокупности проводится таким образом, чтобы на основе выборки можно было получить достаточно точное представление об основных параметрах совокупности в целом. При этом речь идет как о точечной оценке, в качестве которой принимается соответствующее значение средней, доли и т.д., полученное в результате выборки, так и об интервальной оценке, т.е. о тех пределах, в которых с определенной вероятностью может находиться значение искомого параметра в генеральной совокупности. Главное требование, которому должна отвечать выборочная совокупность, — это требование ее репрезентативности, т.е. представительности.

В статистике результаты сплошного наблюдения иногда оцениваются как выборочные характеристики. Такая трактовка полученных данных имеет место в тех случаях, когда число обследованных единиц невелико и нет твердой уверенности в том, что изучаемые характеристики не могут принимать иных значений, кроме выявленных в результате наблюдения. При проведении экспериментов число значений может быть бесконечно большим, поэтому, формулируя выводы на основе ограниченного их числа, необходимо рассматривать полученные данные как выборочные характеристики.

Распространяя результаты выборочного обследования на генеральную совокупность, следует иметь в виду, что между характеристиками генеральной и выборочной совокупности возможно расхождение, обусловленное тем, что обследуется не, вся совокупность, а лишь ее часть.

**Ошибкой статистического наблюдения** считается величина отклонения между расчетным и фактическим значениями признаков изучаемых объектов.

Выборочный метод обеспечивает значительную экономию материальных и финансовых ресурсов при проведении статистического наблюдения, что позволяет расширить программу обследования и повысить его оперативность. Второе преимущество – высокая достоверность получаемых данных, так как при относительно небольшом объеме выборки можно организовать эффективный контроль за качеством собираемой информации. Таким образом, снижается вероятность появления ошибок регистрации и не обнаружения их на стадии проверки первичной информации. И наконец, в ряде случаев, когда сплошное наблюдение связано с уничтожением или порчей обследуемых единиц (например, при проверке качества поступающих в продажу продуктов питания), возможно только выборочное обследование.

Точность оценок, полученных на основе выборочного метода, зависит не от доли обследованных единиц, а от их числа.

**Основные этапы выборочного наблюдения**;

1) определение цели, задач и составление программы наблюдения;

2) формирование выборки;

3) сбор данных на основе разработанной программы;

4) анализ полученных результатов и расчет основных характеристик выборочной совокупности;

5) расчет ошибки выборки и распространение ее результатов на генеральную совокупность.

Различают **виды выборки**:

1. **случайная** (собственно-случайная);
2. **механическая** (например, каждый 10, 20 и т.д.);
3. **типическая** (**стратифицированная**), когда генеральная совокупность разбита на группы и в каждой группе обследуются по нескольку объектов));
4. **серийная** (**гнездовая**), когда случайным образом отбираются целые серии.

Наиболее простой способ формирования выборочной совокупности – *собственно случайный отбор.* Теоретические основы выборочного метода, первоначально разработанные применительно к собственно случайному отбору, используют и для определения ошибок выборки при других способах наблюдения.

Собственно случайный отбор может быть повторным и бесповторным. При *повторном* отборе каждая единица, отобранная в случайном порядке из генеральной совокупности, после проведения наблюдения возвращается в эту совокупность и может быть вновь подвергнута обследованию. На практике такой способ отбора встречается редко. Гораздо более распространен собственно случайный *бесповторный* отбор, при котором обследованные единицы в генеральную совокупность не возвращаются и не могут быть обследованы повторно. При повторном отборе вероятность попадания в выборку для каждой единицы генеральной совокупности остается неизменной. При бесповторном отборе она меняется, но для всех единиц, оставшихся в генеральной совокупности после отбора из нее нескольких единиц, вероятность попадания в выборку одинакова.

Среднюю ошибку выборки и объем выборки можно вычислить по следующим формулам:

Таблица 4.1

Вычисление выборки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование  показателя | Вид выборки | |
|  | повторная | бесповторная |
| **Случайная**  **выборка**  Средняя (стандартная) ошибка | (4,1) | (4,4) |
| Средняя ошибка  доли признака | (4,2) | (4,5) |
| Объем выборки | (4,3) | (4,6) |
| **Типическая**  **выборка**  Средняя ошибка | (4,7) | (4,9) |
| Объем выборки | (4,8) | (4,10) |
| **Серийная**  **выборка**  Средняя ошибка | (4,11) | (4,13) |
| Объем выборки | (4,12) | (4,14) |

Где:

t – коэффициент доверия

n – объем выборки;

N – объем генеральной совокупности;

s - число отобранных серий;

S – общее число серий;

- средняя из групповых дисперсий;

- межгрупповая дисперсия.

- предельная ошибка выборки  (4,15), т.е. предельная ошибка равна *t*-кратному числу средних ошибок выборки.

Существуют соотношение связывающее генеральную среднюю , предельную ошибку выборки  и выборочную среднюю :

 (4,16) или  (4,17)

Для выборки объема  предельная ошибка  может быть определена из соотношения  (4,18)

Таблица 4.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | 1,00 | 1,96 | 2,00 | 2,58 | 3,00 |
| *F(t)* | 0,683 | 0,9500 | 0,9545 | 0,9901 | 0,9973 |

 (4,19) – это предел возможной ошибки (правило «трех сигм»).

*F(t) –* вероятность (или достоверность) выборки

.

**Формы организации выборочного наблюдения**

Типическая (стратифицированная) выборка: общий список разбивается на отдельные списки (однородной группы). Общий объем выборки ***n*** разбивается пропорционально между списками:

**1-й вариант**

*,* (4.20)

где *n* – объем выборки

*N* – объем генеральной совокупности

*ni* – число наблюдений из *i*-ой типической группы

*Ni* – объем *i*-ой типической группы в генеральной совокупности.

**2-й вариант** – равномерный (из каждой группы поровну)

, (4.21)

где *k* – число групп.

**3-й вариант** – оптимальный (для групп с большей вариацией признака объем наблюдений увеличивается)

. (4.22)

Тема: Определение ошибки выборочной средней при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 64*

Методом случайной повторной выборки было взято для проверки на вес 200 шт.деталей. В результате был установлен средний вес одной детали 30 гр. при среднем квадратичном отклонении 4 гр. С вероятностью 0,954 требуется определить пределы в которых находится средний вес деталей в генеральной совокупности.

**Решение:** Рассчитаем предельную ошибку выборочной средней (4.18)

 при Р=0,954 значение t=2, тогда 

по формуле 4.17 определим верхнюю границу генеральной средней:



определим верхнюю границу генеральной средней:



С вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний вес детали в генеральной совокупности находится в пределах 

*ЗАДАЧА 65*

Из партии в 1 млн.шт. мелкокалиберных патронов путем случайного бесповторного отбора взято для определения дальности боя 1000 шт. По результатам испытаний с вероятностью 0,954 определить для всей партии патронов возможные пределы средней дальнобойности

|  |  |
| --- | --- |
| Дальность боя, м | Число  патронов |
| 25 | 110 |
| 30 | 175 |
| 35 | 290 |
| 40 | 155 |
| 45 | 120 |
| 50 | 150 |

**Решение:** промежуточные данные в таблице сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 25 | 110 | 2750 | 12,25 | 1347,5 | 150,0625 | 16506,88 |
| 30 | 175 | 5250 | 7,25 | 1268,75 | 52,5625 | 9198,438 |
| 35 | 290 | 10150 | 2,25 | 652,5 | 5,0625 | 1468,125 |
| 40 | 155 | 6200 | 2,75 | 426,25 | 7,5625 | 1172,188 |
| 45 | 120 | 5400 | 7,75 | 930 | 60,0625 | 7207,5 |
| 50 | 150 | 7500 | 12,75 | 1912,5 | 162,5625 | 24384,38 |
| Итого | 11000 | 37250 | - | - | - | 59937,5 |

Среднее значение выборки: 

Дисперсия: 

Средняя ошибка выборки:



Тогда средняя дальнобойность имеет вид:

; где предельная ошибка равна: 

37,25-0,4937,25+0,49 или 36,7637,74 т.е. с вероятностью 0,954 можно утверждать что, возможные пределы дальнобойности всей партии патронов лежат в данном диапазоне.

Тема: Определение ошибки выборочной доли при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 66*

При обследовании 100 образцов изделий отобранных из партии в случайном порядке, оказалось 20 нестандартных. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля нестандартной продукции в партии.

**Решение:** Рассчитаем долю нестандартной продукции в выборочной совокупности:

 Воспользуемся формулой 4.2 для расчета средней ошибки выборочной доли: 

Предельная ошибка выборочной доли при 0,954 равна:

 тогда по формуле 4.17 определим верхнюю границу генеральной доли: 

определим нижнюю границу генеральной доли:

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля нестандартной продукции в партии товара находится в пределах 

Тема: Определение необходимой численности выборки при

собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 6*7

Исходя требований ГОСТа необходимо установить оптимальный размер случайной бесповторной выборки из партии изделий 2000 штук при среднеквадратичном отклонении 15,4 , чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка не превысила 3% от веса 500 гр. изделия (батона).

**Решение:**





*ЗАДАЧА 68*

Определите сколько электроламп из всей партии изделий следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка не превышала 3% среднего веса спирали (средний вес составляет 42 мг). Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров по данным предыдущих обследований составляет 6%, а вся партия состоит из 1220 электроламп.

**Решение:** Формула (4.10) оптимальной численности выборки для повторного отбора:  В этой формуле нам неизвестны три величины:

1.предельная ошибка - 

2. дисперия - 

3. коэффициент t

Определим значение предельной ошибки: 

Среднее квадратичное отклонение найдем из формулы 3.8:

 тогда = 6,35

коэффициент при Р=0.954 найдем из таблицы 4.2 он равен t=2

N=1220 

Таким образом необходимо обследовать **16 электроламп**

*ЗАДАЧА 69*

В районе 10 тыс.семей. Из них 5 тыс. – семьи рабочих, 1 тыс. – семьи служащих, 4 тыс. семьи аграриев. Для определения среднего размера семьи района проектируется типическая выборка со случайным бесповоротным отбором внутри типических групп. Какое число семей необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 0,5 человека, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия среднего размера семьи в выборке равна 9?

**Решение**. Рассчитаем необходимую численность типической выборки:



Необходимо отобрать 141 семью из них:

**** из семей рабочих**;**

**** изсемей служащих**;**

**** из семей аграриев**;**

Тема: Определение ошибки выборочной средней при серийной

выборке

*ЗАДАЧА 70*

В механическом цехе завода в десяти бригадах работает сто человек. В целях изучения квалификации рабочих была проведена 20% серийная бесповторная выборка, в которую вошли две бригады. Получено следующие распределение, обследованных рабочих по разрядам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рабочие | Разряды рабочих в бригаде 1 | Разряды  рабочих в  бригаде 2 |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 4 | 6 |
| 3 | 5 | 1 |
| 4 | 2 | 5 |
| 5 | 5 | 3 |
| 6 | 6 | 4 |
| 7 | 5 | 2 |
| 8 | 8 | 1 |
| 9 | 4 | 3 |
| 10 | 5 | 2 |

Необходимо определить с вероятностью 0,997 пределы в которых находится средний разряд рабочих механического цеха.

**Решение**: Определим выборочные средние по бригадам и общую среднюю:







Определим межсерийную дисперсию по формуле 3.17 :

****

Рассчитаем среднюю ошибку серийной выборки по формуле 4.17:



Вычислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,997:



С вероятностью 0,997 можно утверждать, что средний разряд рабочих механического цеха находится в пределах - 

**4.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: Определение ошибки выборочной средней при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 71*

С целью изучения размеров выручки киосков была произведена 10% -ая случайная бесповторная выборка из 1000 киосков города. В результате были получены данные о средней выручке составившие 50000 руб. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка, если среднее квадратическое отклонение составило 15000 руб?

*ЗАДАЧА 72*

В целях изучения среднедушевого дохода семей города Тамбова, была произведена 1%-я повторная выборка из 30 тыс. семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи в месяц составил 17000 руб. со средним квадратическим отклонением 1500 руб.. С вероятностью 0,95 найдите доверительный интервал, в котором находится величина среднедушевого дохода всех семей города.

*ЗАДАЧА 73*

Коммерческий банк, изучая возможности предоставления долгосрочных кредитов, опрашивает своих клиентов для определения среднего размера кредита. Из 9706 клиентов опрошено 1000 человек. Среднее значение необходимого кредита в выборке составило 675 у.е. со стандартным отклонением 146 у.е. Найдите границы 95% доверительного интервала для оценки неизвестного среднего значения кредита в генеральной совокупности

*ЗАДАЧА 74*

В порядке механической выборки было подвержено испытанию на разрыв 100 нитей из партии. В результате обследования установлена средняя крепость пряжи 320 г. при среднеквадратичном отклонении 20 г. С вероятностью 0,954 определить пределы в которых находится средняя крепость пряжи в партии.

*ЗАДАЧА 75*

Для оценки остаточных знаний по математическим дисциплинам были протестированы 25 студентов 3-го курса групп ЭВМ. Получены следующие результаты в баллах: 107, 90, 114, 88, 117, 110, 103, 120, 96, 122, 93, 100, 121, 110, 135, 85, 120, 89, 100, 126, 90, 94, 99, 116, 111. По этим данным найдите 95%-й интервал для оценки среднего балла тестирования всех студентов 3-го курса.

*ЗАДАЧА 76*

Среднемесячный бюджет студентов Академии народного хозяйства оценивается по случайной выборке. С вероятностью 0,954 найдите наименьший объём выборки, необходимый для такой оценки. если среднее квадратическое отклонение предполагается равным 200 рублей, а предельная ошибка средней не должна превышать 40 рублей.

*ЗАДАЧА 77*

На машиностроительном заводе с числом рабочих 5000 человек проведено 4% выборочное обследование квалификации рабочих методом случайного бесповторного отбора.

В результате обследования получены следующие данные:

*Квалификация рабочих (тарифные разряды) 1 2 3 4 5 6*

*Число рабочих 10 30 40 70 30 20*

С вероятность 0,997 определить пределы в которых находится средний тарифный разряд рабочих завода.

Тема: Определение ошибки выборочной доли при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 78*

При выборочном опросе 1200 телезрителей оказалось, что 456 из них регулярно смотрят программы телеканала СТС. Постройте 99%-й доверительный интервал, оценивающий долю всех телезрителей, предпочитающих программы телеканала СТС

*ЗАДАЧА 79*

Выборочные обследования показали, что доля покупателей, предпочитающих новую модификацию компьютеров, составляет 60% от общего числа покупателей данного товара. Каким должен быть объём выборки, чтобы можно было получить оценку генеральной доли с точностью не менее 0,05 при доверительной вероятности 0,997

*ЗАДАЧА 80*

С помощью собственно – случайного повторного отбора фирма провела обследование 900 своих служащих. Средний стаж работы в фирме равен 8,7 года, а среднее квадратическое отклонение – 2,7 года. Среди обследованных оказалось 270 женщин. Считая стаж работы служащих распределённым по нормальному закону определите: а) с вероятностью 0,95 доверительный интервал, в котором окажется средний стаж работы всех служащих фирмы; б) с вероятностью 0.997 доверительный интервал, накрывающий неизвестную долю женщин во всём коллективе фирмы

*ЗАДАЧА 81*

В городе 500 тыс.жителей. По материалам учета городского населения было обследовано

50 тыс.жителей методом случайного бесповторного отбора. В результате обследования установлено, что в городе 15% жителей старше 60 лет. С вероятностью 0,683 определите пределы, в которых находится доля жителей города старше 60 лет.

Тема: Определение необходимой численности выборки при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 82*

По данным бесповторного выборочного обследования в 2010 году прожиточный минимум населения Северо-Кавказского региона составил в среднем на душу населения 16000 руб. в месяц. Каким должен был быть минимально необходимый объём выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 100 рублей, если среднее квадратическое отклонение принять равным 300 рублей

*ЗАДАЧА 83*

Для определения среднего размера вклада определенной категории вкладчиков в отделениях сберегательного банка города, где число вкладчиков 5000, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размеров вклада составляет 1200 рублей. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 100 рублей.

*ЗАДАЧА 84*

Среднемесячный бюджет студентов Тамбовского железнодорожного колледжа оценивается по случайной повторной выборке. С вероятностью 0,954 найдите наименьший объём выборки, необходимый для такой оценки. если среднее квадратическое отклонение предполагается равным 100 рублей, а предельная ошибка средней не должна превышать 20 рублей.

*ЗАДАЧА 85*

В механическом цехе завода 1000 рабочих. Из них 800 квалифицированных и 200 неквалифицированных. С целью изучения производительности труда предполагается провести типическую выборку рабочих с пропорциональным отбором. Отбор внутри групп механический. Какое число рабочих необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 6 человек, при среднем квадратичном отклонении 25?

Тема: Определение ошибки выборочной средней при серийной

выборке

*ЗАДАЧА 86*

Изготовленная продукция упаковывается в ящики по 50 шт. Из 500 ящиков поступивших на склад , в порядке случайной бесповторной выборки обследовано 10 ящиков, все детали которых проверены на вес. Результаты проверки показали, что средний вес деталей составил в граммах: 30; 34; 28; 36; 40; 26; 38; 34; 44; 50. Средний вес деталей в выборке составил 32 г.С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний вес деталей, поступивших на слад готовой продукции.

**5. Статистические методы изучения взаимосвязи**

**социально-экономических явлений**

5.1 Методические указания и решение типовых задач

***Корреляционная связь*** (частный случай стохастической) – связь, проявляющаяся при достаточно большом числе наблюдений в виде определенной зависимости между средним значением результативного признака и признаками-факторами.

***Задача корреляционного анализа*** – измерение тесноты связи между варьируемыми признаками и оценка факторов, оказывающих наибольшее влияние.

***Задача регрессионного анализа*** – выбор типа модели (формы связи), устанавливающих степени влияния независимых переменных.

Связь признаков проявляется в их согласованной вариации, при этом одни признаки выступают как факторные, а другие – как результативные. Причинно-следственная связь факторных и результативных признаков характеризуется по степени:

* тесноты;
* направлению;
* аналитическому выражению.

Регрессионный анализ

Для оценки параметров уравнений регрессии наиболее часто используется метод наименьших квадратов (МНК), суть которого заключается в следующем требовании: искомые теоретические значения результативного признака  должны быть такими, при которых бы обеспечивалась минимальная сумма квадратов их отклонений от эмпирических (фактических) значений, т.е.

 (5.1)

При изучении связей показателей применяются различного вида уравнения прямолинейной и криволинейной связи. Так, при анализе прямолинейной зависимости применяется уравнение:

 (5.2)

Это наиболее часто используемая форма связи между коррелируемыми признаками, при парной корреляции она выражается уравнением (6.2), где *а*0 – среднее значение в точке *x*=0, поэтому экономической интерпретации коэффициента нет; *а*1 – коэффициент регрессии, показывает, на сколько изменяется в среднем значение результативного признака при увеличении факторного на единицу собственного измерения.

При криволинейной зависимости применяется ряд математических функций:

полулогарифмическая  (5.3)

показательная  (5.4)

степенная  (5.5)

параболическая  (5.6)

гиперболическая  (5.7)

**Система нормальных уравнений** МНК для линейной парной регрессии имеет следующий вид:

 (5.8)

Отсюда можно выразить коэффициенты регрессии:

;

. (5.9)

При численности объектов анализа до 30 единиц возникает необходимость проверить, насколько вычисленные параметры типичны для отображаемого комплекса условий, не являются ли полученные значения параметров результатом действия случайных причин. Значимость коэффициентов регрессии применительно к совокупности *n*<30 определяется с помощью ***t-критерия Стьюдента***. При этом вычисляются фактические значения *t-критерия*:

для параметра *а*0: , (5.10)

для параметра *а*1:  (5.11)

В формулах (5.10) и (5.11):

 – среднее квадратическое отклонение результативного признака  от выровненных значений  (5.12)

 – среднее квадратическое отклонение факторного признака  от общей средней  (5.13)

Полученные по формулам (5.10) и (5.11) фактические значения и сравниваются с критическим , который получают по таблице Стьюдента с учетом принятого уровня значимости  и числа степеней свободы ν(ν*=n-k-*1, где *n* – число наблюдений, *k* – число факторов, включенных в уравнение регрессии). Рассчитанные параметры *а*0 и *а*1 уравнения регрессии признаются типичными, если ***t*** фактическое больше ***t*** критического.

На практике часто приходится исследовать зависимость результативного признака от нескольких факторных признаков. Аналитическая форма связи результативного признака от ряда факторных признаков выражается и называется **многофакторным (множественным) уравнением регрессии**.

Линейное уравнение множественной регрессии

. (5.14)

Система нормальных линейных уравнений МНК для оценки коэффициентов двухфакторной регрессии  имеет вид:

 (5.15)

Корреляционный анализ

Различают:

* парную корреляцию – это зависимость между результативным и факторным признаком;
* частную корреляцию – это зависимость между результативным и одним факторным признаком при фиксированном значении других факторных признаков;
* множественную – многофакторное влияние в статической модели .

Теснота связи при линейной зависимости измеряется с помощью **линейного коэффициента корреляции (коэффициента Пирсона)**, который рассчитывается по одной из формул:

 (5.16)

. (5.17)

или 

Таблица 5.1

Оценка линейного коэффициента корреляции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Значение *r* | Характер связи | Интерпретация связи |
| *r* = 0 | Отсутствует | Изменение *x* не влияет на изменения *y* |
| 0 < *r* < 1 | Прямая | С увеличением *x* увеличивается *y* |
| -1 > *r* > 0 | Обратная | С увеличением *x* уменьшается *y* и наоборот |
| *r* = 1 | Функциональная | Каждому значению факторного признака строго соответствует одно значение результативного |

Значимость линейного коэффициента корреляции проверяется на основе *t-*критерия Стьюдента. Для этого определяется фактическое значение критерия :

, (5.18)

Вычисленное по формуле (5.18) значение  сравнивается с критическим , который получают по таблице Стьюдента с учетом принятого уровня значимости  и числа степеней свободы ν. Коэффициент корреляции считается статистически значимым, если *t*расч превышает : *t*расч > .

Универсальным показателем тесноты связи является **теоретическое корреляционное отношение**:

, (5.19)

где  – *общая* дисперсия эмпирических значений *y*, характеризует вариацию результативного признака за счет всех факторов, включая *х*;

 – *факторная* дисперсия теоретических значений результативного признака, отражает влияние фактора *х* на вариацию *у*;

 – *остаточная* дисперсия эмпирических значений результативного признака, отражает влияние на вариацию *у* всех остальных факторов кроме *х*.

По правилу сложения дисперсий:

, т.е. . (5.19)

Оценка связи на основе теоретического корреляционного отношения (шкала Чеддока) определяется по Табл.3.3. Для линейной зависимости теоретическое корреляционное отношение тождественно линейному коэффициенту корреляции, т.е. η = |*r|*.

**Множественный коэффициент корреляции** в случае зависимости результативного признака от двух факторов вычисляется по формуле:

, (5.20)

где  *–* парные коэффициенты корреляции между признаками.

Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах от 0 до 1 и по определению положителен: .

Значимость коэффициента множественной детерминации, а соответственно и адекватность всей модели и правильность выбора формы связи можно проверить с помощью критерия Фишера:

, (5.21)

где *R*2 – коэффициент множественной детерминации (*R*2 );

*k* – число факторных признаков, включенных в уравнение регрессии.

Связь считается существенной, если *F*расч > *F*табл – табличного значения *F-*критерия для заданного уровня значимости α и числе степеней свободы ν1 = *k*,

ν2 = *n – k –*1.

**Частные коэффициенты корреляции** характеризуют степень тесноты связи результативного признака и фактора, при элиминировании его взаимосвязи с остальными факторами, включенными в анализ. Расчет частных коэффициентов корреляции в случае двухфакторной регрессии (в первом случае исключено влияние факторного признака *х*2, во втором – *х*1):

; , (5.22)

где *r* – парные коэффициенты корреляции между указанными в индексе переменными.

Для оценки сравнительной силы влияния факторов, по каждому фактору рассчитывают **частные коэффициенты эластичности**:

**, (5.23)

где:  – среднее значение соответствующего факторного признака;

 – среднее значение результативного признака;

 – коэффициент регрессии при *i*-м факторном признаке.

Данный коэффициент показывает, на сколько процентов следует ожидать изменения результативного показателя при изменении фактора на 1% и неизменном значении других факторов.

**Частный коэффициент детерминации** показывает, на сколько процентов вариация результативного признака объясняется вариацией *i*-го признака, входящего в множественное уравнение регрессии, рассчитывается по формуле:

, (5.24)

где  – парный коэффициент корреляции между результативным и *i*-м факторным признаком;

– соответствующий стандартизованный коэффициент уравнения множественной регрессии:

. (5.25)

**Показатель корреляции рангов** – один из простых показателей тесноты корреляционной зависимости. Показатель рассчитывается по формуле:

 (5.26)

Проанализируем показатель корреляции рангов.

1. Связь полная и прямая:  и 

2. Связь полная и обратная:  и 

3. Все остальные значения лежат между -1 и +1

Тема: расчет коэффициентов парной корреляции

*ЗАДАЧА 87*

По данным о стоимости основных производственных фондов (СОПФ) и объеме валовой продукции (ВП) определить линейное уравнение связи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер  предприятия | СОПФ (), млн. руб. | ВП (y),  млн. руб. |
| 1 | 1 | 20 |
| 2 | 2 | 25 |
| 3 | 3 | 31 |
| 4 | 4 | 31 |
| 5 | 5 | 40 |
| 6 | 6 | 56 |
| 7 | 7 | 52 |
| 8 | 8 | 60 |
| 9 | 9 | 60 |
| 10 | 10 | 70 |

**Решение.**

Построим *точечную* диаграмму для визуального отображения зависимости объема выпуска продукции от величины основного фонда Рис.5.1.

Рис.5.1 Точечная диаграмма

Создадим вспомогательную таблицу для расчета необходимых коэффициентов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  | 2 | 2 |  |  |  |  |
| 1 | 20 | 1 | 400 | 19,4 | 0,36 | 20,25 | 600,25 |
| 2 | 50 | 4 | 625 | 25 | 0 | 12,25 | 380,25 |
| 3 | 93 | 9 | 961 | 30,6 | 0,16 | 6,25 | 182,25 |
| 4 | 124 | 16 | 961 | 36,2 | 27,04 | 2,25 | 182,25 |
| 5 | 200 | 25 | 1600 | 41,8 | 3,24 | 0,25 | 20,25 |
| 6 | 336 | 36 | 3136 | 47,4 | 73,96 | 0,25 | 132,25 |
| 7 | 364 | 49 | 2704 | 53 | 1 | 2,25 | 56,25 |
| 8 | 480 | 64 | 3600 | 58,6 | 1,96 | 6,25 | 240,25 |
| 9 | 540 | 81 | 3600 | 64,2 | 17,64 | 12,25 | 240,25 |
| 10 | 700 | 100 | 4900 | 69,8 | 0,04 | 20,25 | 650,25 |
| Сумма | 2907 | 385 | 22487 | 445 | 125,4 | 82,5 | 2684,5 |
| Среднее | 290,7 | 38,5 | 2248,7 | 44,5 |  |  | 268,45 |

По формуле 5.8 составим систему уравнений:

 откуда вычислим коэффициенты линейного уравнения:

;

.

Тогда уравнение регрессии примет вид:

.

Следовательно, с увеличением стоимости основных фондов на 1 млн.руб. объем валовой продукции увеличивается в среднем на 5,6 млн. руб.

Проверим значимость полученных коэффициентов регрессии. Рассчитаем  и  по формулам 5.12 и 5.13:





формула 5.10 для параметра *а*0: 

формула 5.11 для параметра *а*1: .

По таблице Стьюдента с учетом уровня значимости =5% и числа степеней свободы ν =10-1-1=8 получаем =2,306.

Фактические значения и  превышают табличное критическое значение . Это позволяет признать вычисленные коэффициенты регрессии типичными.

Рассчитаем линейный коэффициент корреляции Пирсона по формуле 5.16:

 где 



По таблице Стьюдента с учетом уровня значимости =5% и числа степеней свободы ν =10-1-1=8 получаем =2,306.

Фактическое значения  превышают табличное критическое значение . Это позволяет признать вычисленный коэффициент корреляции типичным.

Тема: расчет множественной корреляции

*ЗАДАЧА 88*

Имеются некоторые данные о среднегодовой стоимости ОПФ (СОПФ), уровне затрат на реализацию продукции (ЗРП) и стоимости реализованной продукции (РП). Считая зависимость между этими показателями линейной, определить уравнение связи; вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции, оценить значимость модели.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| СОПФ, млн.руб. | ЗРП,  в % к РП | РП,  млн.руб. |
| 3 | 4 | 20 |
| 3 | 3 | 25 |
| 5 | 3 | 20 |
| 6 | 5 | 30 |
| 7 | 10 | 32 |
| 6 | 12 | 25 |
| 8 | 12 | 29 |
| 9 | 11 | 37 |
| 9 | 15 | 36 |
| 10 | 15 | 40 |

**Решение:** Составим вспомогательную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СОПФ (*х*1), млн.руб. | ЗРП (*х*2),  в % к РП | РП (*y*), млн.руб. |  |  | *х*1 *х*2 | *х*1 *y* | *х*2 *y* |  |
| 3 | 4 | 20 | 9 | 16 | 12 | 60 | 80 | 20,36 |
| 3 | 3 | 25 | 9 | 9 | 9 | 75 | 75 | 20,05 |
| 5 | 3 | 20 | 25 | 9 | 15 | 100 | 60 | 24,21 |
| 6 | 5 | 30 | 36 | 25 | 30 | 180 | 150 | 26,91 |
| 7 | 10 | 32 | 49 | 100 | 70 | 224 | 320 | 30,54 |
| 6 | 12 | 25 | 36 | 144 | 72 | 150 | 300 | 29,08 |
| 8 | 12 | 29 | 64 | 144 | 96 | 232 | 348 | 33,24 |
| 9 | 11 | 37 | 81 | 121 | 99 | 333 | 407 | 35,01 |
| 9 | 15 | 36 | 81 | 225 | 135 | 324 | 540 | 36,25 |
| 10 | 15 | 40 | 100 | 225 | 150 | 400 | 600 | 38,33 |
| Σ = 66 | Σ = 90 | Σ = 294 | Σ = 490 | Σ = 1018 | Σ = 688 | Σ = 2078 | Σ = 2880 | Σ = 294 |
| =6,6 | =9,0 | =29,4 | – | – | =68,8 | =207,8 | =288,0 | – |

Составим систему нормальных уравнений МНК:



Выразим из 1-го уравнения системы *a*0 = 29,4 – 6,6·*a*1 – 9·*a*2.

Подставив во 2-е уравнение это выражение, получим:

.

Далее подставляем в 3-е уравнение вместо *a*0 и *a*1 полученные выражения и решаем его относительно *a*2 с точностью не менее 3-х знаков после запятой. Итак:

*a*0 = 12,508; *a*1 = 2,672; *a*2 = – 0,082; **= 12,508 + 2,672·*х*1 – 0,082·*х*2.**

=  = 0,884;

=  = 0,777;

= = 0,893;

=0,893.

Проверим значимость *r* (α = 0,01 и ν = 7):

 = 5,00;  = 3,27.

=5,00 > *t*табл=3,50 *–* коэффициент корреляции *x*1 значим;

=3,27 < *t*табл=3,50 *–* коэффициент корреляции *x*2 не значим.

Произведенные расчеты подтверждают **условие включения** факторных признаков в регрессионную модель – между результативным и факторными признаками существует тесная связь (= 0,884; = 0,777), однако между факторными признаками достаточно существенная связь (= 0,893). Включение в модель фактора *x*2 незначительно увеличивает коэффициент корреляции (= 0,884; =0,893), поэтому включение в модель фактора *x*2  нецелосообразно.

Вычислим стандартизованные коэффициенты уравнения множественной регрессии:

Отсюда вычислим частные коэффициенты детерминации:

т.е. вариация результативного признака объясняется главным образом вариацией фактора x1.

Вычислим частные коэффициенты эластичности:

* *

Проверим адекватность модели на основе критерия Фишера:



Найдем значение табличного значения F-критерия для уровня значимости α=0,05 и числе степеней свободы ν1 = 2, ν2 = 10 –2 – 1 : Fтабл=4,74. Превышение значения Fрасч над значением Fтабл позволяет считать коэффициент множественной детерминации значимым, а соответственно и модель – адекватной, а выбор формы связи - правильным.

Тема: Показатель корреляции рангов

*ЗАДАЧА 89*

Изучается товарооборот и суммы издержек обращения по ряду магазинов. Рассчитать показатель корреляции рангов между товарооборотом и издержками обращения по следующим данным:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  магазина | Товарооборот | Издержки  обращения |
| 1 | 480 | 30 |
| 2 | 510 | 25 |
| 3 | 530 | 31 |
| 4 | 540 | 28 |
| 5 | 570 | 29 |
| 6 | 590 | 32 |
| 7 | 620 | 36 |
| 8 | 640 | 36 |
| 9 | 650 | 37 |
| 10 | 660 | 38 |

**Решение:** Из таблицы видно, что с ростом товарооборота растут и издержки обращения. Для расчета показателя корреляции рангов от величин абсолютных перейдем к рангам по такому правилу: самое меньшее значение ранг 1, затем ранг 2 и т.д. Если встречаются одинаковые значения, то каждый из них заменяется средним. Следует помнить, что перед заменой абсолютных значений рангами, всегда один из столбцов показателей необходимо *отсортировать по возрастанию* не нарушив связь между парами соседних показателей ( в данном примере пара: товарооборот - издержки) В результате получим следующую таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Товарооборот | Издержки  обращения |  |  |
| 1 | 4 | -3 | 9 |
| 2 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 5 | -2 | 4 |
| 4 | 2 | 2 | 4 |
| 5 | 3 | 2 | 4 |
| 6 | 6 | 0 | 0 |
| 7 | 7,5 | -0,5 | 0,25 |
| 8 | 7,5 | 0,5 | 0,25 |
| 9 | 9 | 0 | 0 |
| 10 | 10 | 0 | 0 |

Таким образом, столбцы «Товарооборот» и «Издержки обращения» отражают ранги, а не абсолютные величины. При этом равные значения издержек – 36 и 36 рассчитывается как средняя величина рангов (7+8)/2=7,5. Величина =«Товарооборот» - «Издержки обращения»=1-4= - 3

Тогда, из таблицы по формуле 5.26 рассчитаем показатель корреляции рангов:



Полученный показатель свидетельствует о достаточно тесной связи между товарооборотом и издержками.

Сравним показатель корреляции рангов с коэффициентом корреляции (формула 5.17):



Для этого рассчитаем вспомогательную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  магазина | Товарооборот | Издержки обращения |  |  |  |
| 1 | 480 | 30 | 230400 | 900 | 14400 |
| 2 | 510 | 25 | 260100 | 625 | 12750 |
| 3 | 530 | 31 | 280900 | 961 | 16430 |
| 4 | 540 | 28 | 291600 | 784 | 15120 |
| 5 | 570 | 29 | 324900 | 841 | 16530 |
| 6 | 590 | 32 | 348100 | 1024 | 18880 |
| 7 | 620 | 36 | 384400 | 1296 | 22320 |
| 8 | 640 | 36 | 409600 | 1296 | 23040 |
| 9 | 650 | 37 | 422500 | 1369 | 24050 |
| 10 | 660 | 38 | 435600 | 1444 | 25080 |
| ***Итого*** | ***5790*** | ***322*** | ***3388100*** | ***10540*** | ***188600*** |



Таким образом, мы видим, что показатели  и  близки между собой, хотя теоретически коэффициент корреляции более точен.

**5.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: расчет коэффициентов парной корреляции

*ЗАДАЧА 90*

Туристическая компания предлагает места в гостиницах приморского курорта. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность компании в зависимости от её расстояния до пляжа. С этой целью по 14 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояние в км. до пляжа.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Расстояние | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,8 | 0,9 | 0,9 |
| Наполняемость, % | 92 | 95 | 96 | 90 | 89 | 86 | 90 | 83 | 85 | 80 | 78 | 76 | 72 | 75 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

*ЗАДАЧА 91*

Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (Х) и стоимостью ежемесячного тех. обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Y | 13 | 16 | 15 | 20 | 19 | 21 | 26 | 24 | 30 | 32 | 30 | 35 | 34 | 40 | 39 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

*ЗАДАЧА 92*

Врач исследователь выясняет зависимость площади поражённой части лёгких у людей, заболевших эмфиземой лёгких, от числа лет курения. Статистические данные, собранные им в некоторой области имеют следующий вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число лет  курения | 25 | 36 | 22 | 15 | 48 | 39 | 42 | 31 | 28 | 33 |
| Площадь поражённой части  лёгкого, % | 55 | 60 | 50 | 30 | 75 | 70 | 70 | 55 | 30 | 35 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если человек курил 30 лет, то сделайте прогноз о степени поражения лёгких у случайно выбранного пациента

*ЗАДАЧА 93*

Компания, занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на DVD проигрыватель определённой модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цену в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число  продаж, шт. | 420 | 380 | 350 | 400 | 440 | 380 | 450 | 420 |
| Цена,  тыс. руб. | 5,5 | 6 | 6,5 | 6 | 5 | 6,5 | 4,5 | 5 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,01. Постройте уравнение регрессии и объясните смысл полученных результатов.

*ЗАДАЧА 94*

Опрос 10 студентов Академии народного хозяйства позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Средний балл | 4,6 | 4,3 | 3,8 | 3,8 | 4,2 | 4,3 | 3,8 | 4 | 3,1 | 3,9 |
| Число часов | 25 | 22 | 9 | 15 | 15 | 30 | 20 | 30 | 10 | 17 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов. Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз успеваемости?

*ЗАДАЧА 95*

Перед сдачей экзаменов в конце семестра в 20 группах студентов Академии народного хозяйства был проведён опрос о том, какую оценку по сдаваемым в сессию курсам они ожидают получить. После сессии средние полученные оценки были сопоставлены со средними ожидаемыми.

Результаты приведены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ожидаемая | 3,4 | 3,1 | 3 | 2,8 | 3,7 | 3,5 | 2,9 | 3,7 | 3,5 | 3,2 |
| Полученная | 4,1 | 3,4 | 3,3 | 3 | 4,7 | 4,6 | 3 | 4,6 | 4,6 | 3,6 |
| Ожидаемая | 3 | 3,5 | 3,3 | 3,1 | 3,3 | 3,9 | 2,9 | 3,2 | 3,4 | 3,4 |
| Полученная | 3,5 | 4 | 3,6 | 3,1 | 3,3 | 4,5 | 2,8 | 3,7 | 3,8 | 3,9 |

Рассчитайте линейный коэффициент корреляции Пирсона, оцените его значимость при α = 0,05.

*ЗАДАЧА 96*

Имеется случайная выборка из 10 семей для изучения связи между числом телевизоров (Y) в домохозяйстве и числом членов семьи (Х)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 6 | 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 6 | 3 | 2 | 2 |
| Y | 4 | 1 | 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 2 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,01. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

*ЗАДАЧА 97*

Имеются данные о стаже работы (Х, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Y | 14 | 15 | 18 | 20 | 22 | 25 |

Постройте график исходных данных и определите по нему характер зависимости. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона, проверьте его значимость при α = 0,05. Постройте уравнение регрессии и дайте интерпретацию полученных результатов.

*ЗАДАЧА 98*

Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (Х, см.) и их урожайность (Y, га)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| Y | 5 | 10 | 16 | 20 | 24 |

При α = 0,05 установить значимость статистической связи между признаками Х и Y. Если признаки коррелируют, постройте уравнение регрессии и объясните его смысл. Сделайте прогноз урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

*ЗАДАЧА 99*

Из студентов 3-го курса групп ЭВМ отобраны случайным образом 10 человек и подсчитаны средние оценки, полученные ими на 1-ом (Х) и 3-м (Y) курсе.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 3,5 | 4 | 3,8 | 4,6 | 3,9 | 3 | 3,5 | 3,9 | 4,5 | 4,1 |
| Y | 4,2 | 3,9 | 3,8 | 4,5 | 4,2 | 3,4 | 3,8 | 3,9 | 4,6 | 3 |

Полагая, что между Х и Y имеет место линейная зависимость, определите выборочное уравнение линейной регрессии и объясните смысл полученных коэффициентов. Каковы значимость коэффициента корреляции, направление и теснота связи между показателями Х и Y, если α = 0,05?

*ЗАДАЧА 100*

Определите тесноту связи между возрастом самолёта (Х, лет) и стоимостью его эксплуатации (Y, млн. руб.) по следующим данным:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Y | 2 | 4 | 5 | 8 | 10 |

Установите значимость коэффициента корреляции. Если он значим, то постройте уравнение регрессии и объясните его смысл. Каким будет прогноз стоимости эксплуатации самолёта, если его возраст 1,5 года, а уровень значимости принять равным 0,05?

Тема: расчет множественной корреляции

*ЗАДАЧА 101*

Считая зависимость между показателями Yи  линейной, определить уравнение связи; вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции, оценить значимость модели.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 20 | 21,5 | 23 | 24 | 25,5 | 27 | 28,1 | 28 | 29,5 | 33 |
|  | 7 | 7,5 | 8 | 8,5 | 9 | 9,5 | 10 | 10,5 | 11 | 11,5 |
| Y | 0,04 | 0,08 | 0,12 | 0,04 | 0,12 | 0,2 | 0,12 | 0,08 | 0,08 | 0,1 |

*ЗАДАЧА 102*

Считая зависимость между показателями Yи  линейной, определить уравнение связи; вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции, оценить значимость модели по следующим данным:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 30,4 | 31,0 | 31,0 | 31,2 | 31,7 | 31,7 | 31,9 | 32,1 | 31,0 | 32,0 |
|  | 4 | 3 | 7 | 6 | 5 | 2 | 3 | 8 | 9 | 2 |
| Y | 13,8 | 14 | 14,1 | 14,2 | 14,3 | 14,4 | 14,5 | 14,6 | 13,9 | 14,7 |

*ЗАДАЧА 103*

Считая зависимость между показателями Yи  линейной, определить уравнение связи; вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции, оценить значимость модели по следующим данным:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4,4 | 4,2 | 3,6 | 3,6 | 3,7 | 6,3 | 5,0 | 5,6 | 4,8 | 5,0 |
|  | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 3,8 | 3,9 | 4 |
| Y | 1,75 | 1,62 | 1,43 | 1,52 | 1,49 | 2,512 | 2 | 2,31 | 1,9 | 2 |

*ЗАДАЧА 104*

Считая зависимость между показателями Yи  линейной, определить уравнение связи; вычислить множественный и частные коэффициенты корреляции, оценить значимость модели

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,4 | 3,2 | 2,6 | 2,7 | 1,7 | 0,7 | 1,0 | 1,8 | 1,7 | 0,9 |
|  | 1,9 | 2,5 | 2,4 | 2,2 | 1,8 | 3,8 | 3,9 | 3 | 3,5 | 3,7 |
| Y | 2 | 2 | 1,5 | 1,5 | 1 | 0,4 | 0,6 | 1 | 1 | 0,5 |

Тема: Показатель корреляции рангов

*ЗАДАЧА 105*

Изучается зависимость выпуска продукции от численности персонала по ряду предприятий области. Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***№*** | ***1*** | ***2*** | ***3*** | ***4*** | ***5*** | ***6*** | ***7*** | ***8*** | ***9*** | ***10*** |
|
| Численность персонала (чел.) х | 400 | 150 | 320 | 210 | 540 | 270 | 390 | 80 | 530 | 320 |
| Выпуск продукции | 95 | 22 | 51 | 54 | 110 | 58 | 80 | 15 | 110 | 73 |
|
| ***№*** | ***11*** | ***12*** | ***13*** | ***14*** | ***15*** | ***16*** | ***17*** | ***18*** | ***19*** | ***20*** |
|
| Численность персонала (чел.) х | 240 | 580 | 410 | 260 | 190 | 500 | 680 | 400 | 360 | 550 |
| Выпуск продукции | 50 | 140 | 90 | 64 | 40 | 86 | 168 | 85 | 80 | 130 |
|

*ЗАДАЧА 106*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| Y | 1,3 | 1,21 | 1,12 | 1,62 | 1,73 | 1,45 | 1,44 | 1,52 | 1,68 | 1,7 |

*ЗАДАЧА 107*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 178 | 170 | 181 | 173 | 169 | 178 | 177 | 165 | 187 | 182 |
| Y | 72 | 65 | 92 | 75 | 68 | 79 | 78 | 67 | 80 | 81 |

*ЗАДАЧА 108*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 159 | 182 | 178 | 173 | 176 | 173 | 198 | 187 | 191 | 170 |
| Y | 56 | 82 | 77 | 63 | 80 | 65 | 85 | 89 | 87 | 72 |

*ЗАДАЧА 109*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 19 | 25 | 24 | 22 | 18 | 38 | 39 | 30 | 35 | 38 |
| Y | 20 | 20 | 15 | 15 | 10 | 4 | 6 | 10 | 10 | 5 |

*ЗАДАЧА 110*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 6,2 | 6,8 | 7 | 7,3 | 7,5 | 8,2 | 8,4 | 8,7 | 8,8 | 9 |
| Y | 17,1 | 16 | 15,1 | 15 | 14,1 | 13,3 | 13,1 | 12,5 | 12 | 11,9 |

*ЗАДАЧА 111*

Рассчитать показатель корреляции рангов и коэффициент корреляции по следующим данным и сделать выводы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | 2 | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 | 45 |
| Y | 1,34 | 1,85 | 3,41 | 3,85 | 4,45 | 4,98 | 5,63 | 5,74 | 6,82 | 7 |

**6. Ряды динамики**

6.1 Методические указанияи решение типовых задач

**Анализ динамических рядов**

**Динамический ряд** представляет собой хронологическую последовательность числовых значений статистических показателей.

**Виды рядов динамики** **(РД)**:

1) моментные (моментальные) РД;

2) интервальные РД;

3) РД с нарастающими итогами;

4) производные РД.

**Моментные ряды** динамики отображают состояние изучаемых явлений на определенные даты (моменты) времени. Особенностью моментного ряда динамики является то, что в его уровни могут входить одни и те же единицы изучаемой совокупности. Пример моментного ряда динамики:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 1.01.2007 | 1.04.2008 | 1.07.2009 | 1.10.2010 | 1.01.2011 |
| Число работников, чел. | 192 | 190 | 195 | 198 | 200 |

**Интервальные ряды** динамики отображают итоги развития (функционирования) изучаемых явлений за отдельные периоды (интервалы) времени. Каждый уровень интервального ряда складывается из данных за более короткие интервалы. Пример интервального ряда динамики:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Объем розничного  товарооборота, тыс. руб. | 885,7 | 932,6 | 980,1 | 1028,7 | 1088,4 |

Статистическое отображение развития изучаемого явления во времени может быть представлено рядами динамики с **нарастающими итогами**. Их применение обусловлено потребностями в результатах развития изучаемых показателей не только за данный отчетный период, но и с учетом предшествующих периодов. При составлении таких рядов производится последовательное суммирование смежных уровней. Этим достигается суммарное обобщение результата развития изучаемого показателя с начала отчетного периода (месяца, квартала, года и т.д.).

**Производные ряды** – ряды, уровни которых представляют собой не непосредственно наблюдаемые значения, а производные величины: средние или относительные.

**Основные направления** изучения закономерностей развития социально-экономических явлений с помощью рядов динамики:

* характеристика уровней развития изучаемых явлений во времени;
* измерение динамики изучаемых явлений посредством системы статистических показателей;
* выявление и количественная оценка основной тенденции развития (тренда);
* изучение периодических колебаний;
* экстраполяция и прогнозирование.

Таблица 6.1

Уровни (показатели) ряда динамики

|  | Показатель | Формула |
| --- | --- | --- |
| Базисные | Абсолютный прирост | Δ = *yi* – *у*0 (6.1) |
| Темп роста | (6.2) |
| Темп прироста | (6.3) |
| Цепные | Абсолютный прирост | Δ = *yi* – *yi*-1 (6.4) |
| Темп роста | (6.5) |
| Темп прироста | (6.6) |
| Темп наращивания | (6.7) |
| Абсолютное значение 1% прироста | (6.8) |
| Средние | Абсолютный прирост | =  (6.9) |
| Темп роста | (6.10) |
| Темп прироста | (6.11) |

**Средний уровень ряда** динамики характеризует типическую величину абсолютных уровней.

Средний уровень *интервального ряда* определяется по формуле средней арифметической простой:

, (6.12)

где *n* – число уровней.

В *моментном* ряду динамики с *равностоящими* датами средний уровень определяется по формуле ***средней хронологической простой***:

. (6.13)

В *моментном* ряду динамики с *неравноотстоящими* датами средний уровень определяется по формуле ***средней хронологической взвешенной***:

, (6.14)

где *уi* – уровни ряда динамики, сохранившиеся без изменения в течение промежутка времени *ti*.

Между базисными и цепными темпами роста имеется **взаимосвязь**: произведение последовательных цепных темпов роста равно базисному темпу роста, а частное от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий равно соответствующему цепному темпу роста.

; . (6.15)

**Методы анализа тенденций рядов динамики**

Одной из важнейших задач статистики является определение в рядах динамики общей тенденции развития явления. На развитие явления во времени оказывают влияние факторы, различные по характеру и силе воздействия. Одни из них оказывают практически постоянное воздействие и формируют в рядах динамики определенную тенденцию развития. Воздействие же других факторов может быть кратковременным или носить случайный характер.

**Основная тенденция (тренд)** – изменение, определяющее общее направление развития, это систематическая составляющая долговременного действия.

Задача – выявить общую тенденцию в изменении уровней ряда, освобожденную от действия различных случайных факторов. Методы выявления тренда:

1) **Метод укрупнения интервалов** основан на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда динамики (одновременно уменьшается количество интервалов). Средняя, исчисленная по укрупненным интервалам, позволяет выявить направление и характер (ускорение или замедление роста) основной тенденции развития, в то время как слишком малые интервалы между наблюдениями приводят к появлению ненужных деталей в динамике процесса, засоряющих общую тенденцию.

Таблица 6.2

Помесячный выпуск продукции

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Месяц | Объем выпуска, млн.руб. | Месяц | Объем выпуска, млн.руб. |
| Январь | 5,1 | Июль | 5,6 |
| Февраль | 5,4 | Август | 5,9 |
| Март | 5,2 | Сентябрь | 6,1 |
| Апрель | 5,3 | Октябрь | 6,0 |
| Май | 5,6 | Ноябрь | 5,9 |
| Июнь | 5,8 | Декабрь | 6,2 |

Различные направления изменений уровней ряда по отдельным месяцам затрудняют выводы об основной тенденции производства. Если соответствующие месячные уровни объединить в квартальные и вычислить среднемесячный выпуск продукции по кварталам, т.е:

Таблица 6.3

Поквартальный объем производства

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Квартал | Объем производства, млн.руб. | |
| в квартал | в среднем в месяц |
| 1 | 15,7 | 5,23 |
| 2 | 16,7 | 5,57 |
| 3 | 17,6 | 5,87 |
| 4 | 18,1 | 6,03 |

. *укрупнить интервалы*, то решение задачи упрощается.

После укрупнения интервалов основная тенденция роста производства стала очевидной: 5,23<5,57<5,87<6,03 млн.руб.

2) **Метод скользящей средней** заключается в том, что исчисляется средней уровень из определенного числа (обычно нечетного) первых по счету уровней ряда, затем – из такого же числа уровней, но начиная со второго по счету, далее – начиная с третьего и т.д. Таким образом, средняя как бы “скользит” по ряду динамики, передвигаясь на один срок.

Недостатком сглаживания ряда является укорачивание сглаженного ряда по сравнению с фактическим, а, следовательно, потеря информации.

Таблица 6.4

Метод скользящей средней

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Год | Урожайность, ц/га | Скользящая средняя | |
| трехлетняя | пятилетняя |
| 2002 | 15,4 | – | – |
| 2003 | 14,0 | 15,7 = 15,4+14,0+ +17,6)/3 | – |
| 2004 | 17,6 | 15,7 = 14,0+17,6+ +15,4)/3 | 14,7 |
| 2005 | 15,4 | 14,6 | 15,1 |
| 2006 | 10,9 | 14,6 | 15,3 |
| 2007 | 17,5 | 14,5 | 15,5 |
| 2008 | 15,0 | 17,0 | 15,2 |
| 2009 | 18,5 | 15,9 | 16,0 |
| 2010 | 14,2 | 15,9 | – |
| 2011 | 14,9 | – | – |
| **Итого** | **153,4** |  |  |

Сглаженный ряд урожайности по трехлетиям короче фактического на один член ряда в начале и в конце, по пятилетиям – на два члена в начале и в конце ряда. Он меньше, чем фактический, подвержен колебаниям из-за случайных причин, и четче выражает основную тенденцию роста урожайности за изучаемый период, связанную с действием долговременно существующих причин и условий развития.

Укрупнение интервалов и метод скользящей средней дают возможность определить лишь общую тенденцию развития явления, более или менее освобожденную от случайных или волнообразных колебаний. Получить обобщенную статистическую модель тренда посредством этих методов нельзя.

Графическое представление различных уровней приведено на Рис.6.1

Рис. 6.1. Эмпирические и сглаженные уровни ряда динамики

3) **Аналитическое выравнивание ряда динамики** используется для того, чтобы дать количественную модель, выражающую основную тенденцию изменения уровней ряда динамики во времени.

Общая тенденция развития рассчитывается как функция времени:

*ŷt* **=** *f*(*t*), (6.16)

где *ŷt* – уровни динамического ряда, вычисленные по соответствующему аналитическому уравнению на момент времени *t*.

Определение теоретических (расчетных) уровней *ŷt* производится на основе так называемой адекватной математической модели, которая наилучшим образом отображает (аппроксимирует) основную тенденцию ряда динамики.

Простейшими моделями, выражающими тенденцию развития, являются (где *a*0, *a*1 – параметры уравнения; *t* – время):

**Линейная функция** (прямая) *ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t*. (6.17)

**Показательная функция**  (6.18)

**Степенная функция** (парабола) *ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t* + *a*2·*t*2. (6.19)

Расчет параметров функции обычно производится **методом наименьших квадратов.**.

**Выравнивание ряда динамики по прямой**  *ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t*. Параметры *a*0, *a*1 согласно МНК находятся решением следующей системы нормальных уравнений:

 (6.20)

где *y* **–** фактические (эмпирические) уровни ряда;

*t* **–** время (порядковый номер периода или момента времени).

Σ *t* = 0, так что система нормальных уравнений (6.20) принимает вид:

 (6.21)

Отсюда можно выразить коэффициенты регрессии:

; (6.22)

. (6.23)

Если расчеты выполнены правильно, то Σ y = Σ ŷ.

**Сезонные колебания**

Уровни ряда динамики формируются под влиянием различных взаимодействующих факторов, одни из которых определяют тенденцию развития, а другие –колебания (вариацию)

Колебания уровней ряда носят различный характер. Наряду с трендом выделяют *циклические* (долгопериодические), *сезонные* (обнаруживаемые в рядах, где данные приведены за кварталы или месяцы) и *случайные* колебания.

*t*

*y*

 – линия тренда

 – средний уровень

*уi* – фактические уровни

Рис. 6.2. Виды колебаний рядов динамики

Периодические колебания являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов, а также многочисленных и разнообразных факторов, которые часто являются регулируемыми.

В широком понимании к **сезонным** относят все явления, которые обнаруживают в своем развитии четко выраженную закономерность периодических изменений, т.е. более или менее устойчиво повторяющиеся колебания уровней.

Динамический ряд в этом случае называют **сезонным рядом динамики**.

Метод изучения и измерения сезонности заключается в построении специальных показателей, которые называются индексами сезонности.

**Индексами сезонности** являются процентные отношения фактических внутригрупповых уровней к теоретическим уровням, выступающим в качестве базы сравнения. Порядок определения индекс сезонности:

1. Для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня
2. Затем вычисляется среднемесячный уровень для всего ряда
3. Определяется показатель сезонной волны – индекс сезонности *Is*:

, (6.24)

где  – средний уровень для каждого месяца;

 – среднемесячный уровень для всего ряда.

Когда уровень проявляет тенденцию к росту или к снижению, то отклонения от постоянного среднего уровня могут исказить сезонные колебания.

**Статистические методы прогнозирования экономических показателей**

**Прогнозирование** – процесс определения возможных в будущем значений экономических показателей на основании уже известных.

Различают прогнозы по периоду упреждения: оперативные (до 1 мес.); краткосрочные (до 1 года); среднесрочные (1 – 5 лет); долгосрочные (более 5 лет).

Различают методы прогнозирования:

**Экстраполяция тенденций:**

- упрощенные приемы, основанные на средних показателях динамики (средние темпы роста, прироста);

- аналитические методы (метод наименьших квадратов, тренды, т.е. математические функции);

- адаптивные методы, учитывающие степень устаревания данных (методы скользящих и экспоненциальных средних, методы авторегрессии).

**Методы статистического моделирования:**

- статические (методы парной и множественной регрессии);

- динамические (анализ динамических рядов):

- методы агрегатного моделирования (разложение ряда на тенденции, сезонность, случайные составляющие);

- методы регрессии по взаимосвязанным рядам динамики (включаются в модель не только факторы, но и лаговые переменные);

- методы регрессии по пространственно-временной информации (для каждого ряда строится регрессионная модель по совокупности объектов).

**Прогнозирование на основе экстраполяции тренда**

Тренд – основная тенденция развития. Методы выявления тренда называются методами выравнивания временного ряда (метод наименьших квадратов, скользящей средней, конечных разностей).

При наличии тенденции в ряду динамики модель уровня динамического ряда:

, (6.25)

где  – средний уровень динамического ряда;

 – теоретический (расчетный, трендовый) уровень;

 – эффект тенденции;

 – случайная составляющая (остаточные колебания) ε.

Чем меньше остаточные колебания , тем выше адекватность (практическая значимость) модели. Следовательно, результаты прогноза зависят от типа кривой тренда ŷ(t).

Кривые тренда традиционно делятся на

**1**. **Линейный тренд** *ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t*

**2. Параболический тренд** *ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t* + *a*2·*t*2

**3. Показательная кривая** **,** 

**4. Логистическая кривая**  (кривая Перла-Рида) (кривые Гомперца)

### Выбор наилучшего тренда при прогнозировании

При выборе уравнения тренда можно руководствоваться средней ошибкой аппроксимации

, %. (6.26)

5÷7% – хорошая аппроксимация.

Доверительные интервалы прогноза определяются по дисперсии уточненного тренда

, %. (6.27)

где *yt* – фактические уровни ряда;

 – расчетные (трендовые) значения;

*n* – длина ряда;

*m* – число параметров в уравнении тренда (без свободного члена).

Доверительный интервал с учетом табличного значения критерия Стьюдента , равен

. (6.28)

Тема: Приведение рядов динамики к сопоставимому виду

*ЗАДАЧА 112*

В 2007 произошло административное изменение границ одного из субьектов РФ.

Имеются следующие данные о валом сборе овощей агрофирмами и фермерскими хозяйствами в тыс.ц в старых и новых границах:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| в  границах | ***2005*** | ***2006*** | ***2007*** | ***2008*** | ***2009*** | ***2010*** |
| старых | 416 | 432 | 450 | - | - | - |
| новых | - | - | 630 | 622,5 | 648,1 | 684,4 |

Привести ряды динами к сопоставимому виду.

**Решение.** Для приведения рядов динамики к сопоставимому виду определим для 2007 года коэффициент соотношения уровней двух рядов: 630:450 = 1,4. Умножая этот коэффициент на уровни 1-го ряда получаем их сопоставимость с уровнями 2-го ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| в  границах | ***2005*** | ***2006*** | ***2007*** | ***2008*** | ***2009*** | ***2010*** |
| старых | 416 | 432 | 450 | - | - | - |
| новых | **582,4** | **604,8** | 630 | 622,5 | 648,1 | 684,4 |

Тема: Определение среднего уровня ряда динамики

*ЗАДАЧА 113*

На 1 января 2011 года остаток вклада составлял 50000 рублей. В течении 1 квартала имели место следующие изменения величины остатков вклада (руб.):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата изменения размера вклада, руб. | | | | | | |
| 05.01 | 17.01 | 02.02 | 21.02 | 13.03 | 20.03 | 28.03 |
| +15000 | -20000 | - | +50000 | - | - | +10000 |

Определить среднеквартальный размер вклада

**Решение.** Для определения среднего уровня моментного ряда используется формула 6.14:



Рассчитаем размер вклада за 1 квартал 2011 года:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Период | Число дней в периоде, | Размер вклада (руб.) |  |
| 01.01-05.01 | 4 | 50000 | 200000 |
| 05.01-17.01 | 12 | 65000 | 780000 |
| 17.01-21.02 | 35 | 45000 | 1575000 |
| 21.02-28.03 | 35 | 95000 | 3325000 |
| 28.03-01.04 | 4 | 105000 | 420000 |
| Итого | 90 | - | 6300000 |

Тогда 

Тема: Расчет показателей ряда динамики

*ЗАДАЧА 114*

Определить все возможные показатели динамики, включая средние.

|  |  |
| --- | --- |
| Год | Численность  работающих в  отрасли, тыс. чел. |
| 2007 | 10,4 |
| 2008 | 10,6 |
| 2009 | 11,0 |
| 2010 | 11,3 |
| 2011 | 11,7 |

**Решение.** Рассчитаем показатели динамики по формулам 6.1 – 6.7

Результаты решения сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Численность  работающих,  тыс. чел. | Абсолютный прирост | | Темп роста | | Темп прироста | | Темп наращивания |
| базисный | цепной | базисный | цепной | базисный | цепной |
| 2007 | 10,4 | - | - | - | - | - | - | - |
| 2008 | 10,6 | 0,2 | 0,2 | 1,02 | 1,02 | 0,02 | 0,02 | 0,02 |
| 2009 | 11 | 0,6 | 0,4 | 1,058 | 1,038 | 0,058 | 0,038 | 0,038 |
| 2010 | 11,3 | 0,9 | 0,3 | 1,087 | 1,027 | 0,087 | 0,027 | 0,029 |
| 2011 | 11,7 | 1,3 | 0,4 | 1,125 | 1,035 | 0,125 | 0,035 | 0,038 |

Абсолютный прирост базисный:Абсолютный прирост цепной:









Темп роста базисный: Темп роста цепной:









Темп приростабазисный: Темп приростацепной:









Темп наращивания:









Средний уровень ряда (моментный ряд с равностоящими датами) 6.13



Средний абсолютный прирост 6.9



Средний темп роста 6.10





Средний темп прироста 6.11



*ЗАДАЧА 115*

Рассчитать недостающие показатели динамики

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Пассажирооборот (млр.пасс-км.) | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста | Темп прироста  % | Абсолютное значение 1% прироста (млрд.пасс.км) |
| 2006 | 127,0 | - | - | - | - |
| 2007 |  |  | 1,102 |  |  |
| 2008 |  |  |  | 7,1 |  |
| 2009 | 164,6 |  |  |  |  |
| 2010 |  |  |  |  |  |
| 2011 |  |  |  | 9,9 | 1,75 |

**Решение.** Решение задачи целесообразно начать с определения отсутствующих в таблице уровней ряда динамики (столбец «Пассажирооборт»).

1. Уровень 2007 года можно найти используя уровень 2006 года и показатель темп роста для 2006 года:

 откуда 

2. Уровень 2008 года определяется так:

 откуда 

тогда

 и 

3. Уровень 2010 года определяется по показателям 2011 года так:

 откуда 

4. Уровень 2011 года определяется по показателям 2011 года (темпу прироста) так:

 откуда 

тогда

 и 

|  |  |
| --- | --- |
| Год | Пассажирооборот (млр.пасс-км.) |
|
| 2006 | 127,0 |
| 2007 | 139,95 |
| 2008 | 149,87 |
| 2009 | 164,6 |
| 2010 | 175 |
| 2011 | 192,33 |

Имея все уровни ряда динамики нетрудно рассчитать недостающие показатели:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Пассажирооборот (млр.пасс-км.) | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста | Темп прироста  % | Абсолютное значение 1% прироста (млрд.пасс.км) |
| 2006 | 127,0 | - | - | - | - |
| 2007 | 139,95 | 12,95 | 1,102 | 10,2 | 1,270 |
| 2008 | 149,87 | 9,92 | 1,071 | 7,1 | 1,399 |
| 2009 | 164,6 | 14,73 | 1,098 | 9,8 | 1,498 |
| 2010 | 175 | 10,4 | 1,064 | 6,4 | 1,646 |
| 2011 | 192,33 | 17,3 | 1,099 | 9,9 | 1,750 |

Тема: Метод аналитического выравнивания и прогнозирования

*ЗАДАЧА 116*

Рассчитать интервальный прогноз урожайности на 2011 год, используя линейную трендовую модель по следующим данным урожайности зерновых культур, для вероятности Р=0,95:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| *y* | 15,4 | 14 | 17,6 | 15,4 | 10,9 | 17,5 | 15 | 18,5 | 14,2 | 14,9 |

**Решение.** Для выравнивания ряда используем линейную трендовую модель – уравнение прямой

*ŷt* **=** *a*0 + *a*1·*t*. *n* = 10.. При этом заменим абсолютные показатели времени на относительные так, чтобы . Расчет уравнения регрессии выполним в табличной форме

Таким образом,

Σ *y* =153,4; Σ *y·t* = 6,8; Σ *t*2 = 330.

Вычислим параметры *a*0, *a*1по формулам (6.22, 6.23):

= 15,34;  = 0,021.

Расчет уравнения регрессии

| Год | *y* | *t* | *t*2 | *y·t* | *ŷt* | *yi* *– ŷt* | (*yi– ŷt*)2 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2001 | 15,4 | -9 | 81 | -138,6 | 15,15 | 0,25 | 0,0625 |
| 2002 | 14,0 | -7 | 49 | -98,0 | 15,19 | -1,19 | 1,4161 |
| 2003 | 17,6 | -5 | 25 | -88,0 | 15,23 | 2,37 | 5,6169 |
| 2004 | 15,4 | -3 | 9 | -46,2 | 15,28 | 0,12 | 0,0144 |
| 2005 | 10,9 | -1 | 1 | -10,9 | 15,32 | -4,42 | 19,5364 |
| 2006 | 17,5 | 1 | 1 | 17,5 | 15,36 | 2,14 | 4,5796 |
| 2007 | 15,0 | 3 | 9 | 45,0 | 15,40 | -0,40 | 0,0160 |
| 2008 | 18,5 | 5 | 25 | 92,5 | 15,45 | 3,05 | 9,3025 |
| 2009 | 14,2 | 7 | 49 | 99,4 | 15,49 | -1,29 | 1,6641 |
| 2010 | 14,9 | 9 | 81 | 134,1 | 15,53 | -0,63 | 0,3969 |
| **Итого** | **153,4** | **0** | **330** | **6,8** | **153,4** | **0** | **42,6050** |

Уравнение прямой будет иметь вид: *ŷt* = 15,34+0,021·*t*.

Подставляя в данное уравнение последовательно значения t, находим выравненные уровни *ŷt* . Проверим расчеты: Σ *y* = Σ *ŷt* = 153,4.

Следовательно, значения уровней выравненного ряда найдены верно.

Полученное уравнение показывает, что, несмотря на значительные колебания в отдельные годы, наблюдается тенденция увеличения урожайности: с 2001 по 2010 г. урожайность зерновых культур в среднем возрастала на 0,021 ц/га в год.

Тенденция роста урожайности зерновых культур в изучаемом периоде отчетливо проявляется в результате построения выравненной прямой, что видно на построенной диаграмме.

Рис. 6.3.Выровненный временной ряд

Доверительные интервалы прогноза определяются по дисперсии выровненного тренда, формула 6.26



Точечный прогноз на 2011 год:

*ŷt* = 15,34+0,021·11 =15,57 ц/га

Интервальный прогноз урожайности на 2011 год (формула 6.28) :



При Р = 0,95 значение t = 2,306

Тема: Расчет индексов сезонности

*ЗАДАЧА 117*

Рассчитать индексы сезонности по следующим данным:

| Месяц | Объем авиаперевозок | | |
| --- | --- | --- | --- |
| 2008 | 2009 | 2010 | |
| 1 | 94,0 | 89,3 | 92,6 | |
| 2 | 98,0 | 93,1 | 96,6 | |
| 3 | 107,6 | 102,2 | 106,2 | |
| 4 | 112,8 | 107,1 | 111,4 | |
| 5 | 121,2 | 115,2 | 119,8 | |
| 6 | 112,0 | 106,4 | 110,6 | |
| 7 | 110,0 | 104,5 | 108,6 | |
| 8 | 102,5 | 97,4 | 101,1 | |
| 9 | 97,0 | 92,2 | 95,6 | |
| 10 | 94,0 | 89,3 | 92,6 | |
| 11 | 96,4 | 91,6 | 95,0 | |
| 12 | 92,5 | 87,9 | 91,1 | |

**Решение.** Для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня:



Затем вычисляется среднемесячный уровень для всего ряда



Определяется показатель сезонной волны – индекс сезонности *Is*:



Индексы занесем в таблицу:

| Месяц | Объем пассажирских авиаперевозок | | | | *Is*, % |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2008 | 2009 | 2010 | Средний |
| 1 | 94,0 | 89,3 | 92,6 | 92,0 | 91,1 |
| 2 | 98,0 | 93,1 | 96,6 | 95,9 | 95,0 |
| 3 | 107,6 | 102,2 | 106,2 | 105,3 | 104,2 |
| 4 | 112,8 | 107,1 | 111,4 | 110,4 | 109,3 |
| 5 | 121,2 | 115,2 | 119,8 | 118,7 | 117,6 |
| 6 | 112,0 | 106,4 | 110,6 | 109,7 | 108,6 |
| 7 | 110,0 | 104,5 | 108,6 | 107,7 | 106,6 |
| 8 | 102,5 | 97,4 | 101,1 | 100,3 | 99,3 |
| 9 | 97,0 | 92,2 | 95,6 | 94,9 | 94,0 |
| 10 | 94,0 | 89,3 | 92,6 | 92,0 | 91,1 |
| 11 | 96,4 | 91,6 | 95,0 | 94,3 | 93,4 |
| 12 | 92,5 | 87,9 | 91,1 | 90,5 | 89,6 |
| **Итого** | **1237,9** | **1176,0** | **1221,1** | **1211,7** | **1199,7** |
| **В среднем** | **103,2** | **98,0** | **101,8** | **101,0** | **100,0** |

Средний индекс сезонности для 12 месяцев должен быть равен 100%, тогда сумма индексов должна составлять 1200%. У нас – 1199,7% (погрешность – следствие округлений). Значит, расчеты верны.

**Выводы:**

1) объем пассажирских авиаперевозок характеризуется ярко выраженной сезонностью;

2) объем пассажирских авиаперевозок по отдельным месяцам года значительно отклоняется от среднемесячного;

3) наибольший объем характерен для мая, наименьший – для декабря.

Для наглядного изображения сезонной волны индексы сезонности изображают в виде графика.

Рис. 6.4.Волна сезонности

**6.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: приведение рядов динамики к сопоставимому виду

*ЗАДАЧА 118*

В 2007 произошло административное изменение границ одного из субьектов РФ.

Имеются следующие данные о производстве молока агрофирмами и фермерскими хозяйствами в тыс.т в старых и новых границах:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| в  границах | ***2005*** | ***2006*** | ***2007*** | ***2008*** | ***2009*** | ***2010*** |
| старых | 6,5 | 7,9 | 8,6 | - | - | - |
| новых | - | - | 12,9 | 12,1 | 13,2 | 13,8 |

*ЗАДАЧА 119*

В 2007 произошло административное изменение границ одного из субьектов РФ.

Имеются следующие данные о производстве мяса агрофирмами и фермерскими хозяйствами в тыс.т в старых и новых границах:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| в  границах | ***2005*** | ***2006*** | ***2007*** | ***2008*** | ***2009*** | ***2010*** |
| старых | 1,9 | 2,1 | 2,4 | - | - | - |
| новых | - | - | 3,3 | 3,4 | 2,8 | 3,8 |

*ЗАДАЧА 120*

На 1 января 2011 года остаток вклада составлял 70000 рублей. В течении 1 квартала имели место следующие изменения величины остатков вклада (руб.):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата изменения размера вклада, руб. | | | | | |
| 17.01 | 02.02 | 21.02 | 13.03 | 20.03 | 28.03 |
| - | +30000 | +15000 | -55000 | -20000 | +40000 |

Определить среднеквартальный размер вклада

*ЗАДАЧА 121*

На 1 января 2011 года остаток вклада составлял 20000 рублей. В течении 1 квартала имели место следующие изменения величины остатков вклада (руб.):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата изменения размера вклада, руб. | | | | | | |
| 05.01 | 17.01 | 02.02 | 21.02 | 13.03 | 20.03 | 28.03 |
| +15000 | - 10000 | - | +25000 | - | - | +4000 |

Определить среднеквартальный размер вклада

*ЗАДАЧА 122*

За январь 2011 года произошли следующие изменения в списочном составе работников предприятия, чел.:

Трудилось по списку на 1.01.2011 г - 842

Выбыло с 5.01.2011 г - 4

Зачислено с 12.01.2011 г. - 5

Зачислено с 26.01.2011 г. - 2

Определить среднедневную численность работников за январь месяц

*ЗАДАЧА 123*

За январь 2011 года произошли следующие изменения в списочном составе работников предприятия, чел.:

Трудилось по списку на 1.01.2011 г - 145

Выбыло с 5.01.2011 г - 3

Зачислено с 12.01.2011 г. - 2

Зачислено с 26.01.2011 г. - 1

Определить среднедневную численность работников за январь месяц

Тема: Расчет показателей ряда динамики

*ЗАДАЧА 124*

Выпуск продукции предприятием за 2006-2011 гг. характеризуется следующими данными (в сопоставимых ценах в млн.руб)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 12,3 | 13,4 | 14,8 | 16,4 | 17,8 | 19,9 |

Определить все возможные показатели динамики, включая средние (формулы 6.1-6.11).

*ЗАДАЧА 125*

Выпуск продукции предприятием за 2006-2011 гг. характеризуется следующими данными (в сопоставимых ценах в млн.руб)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 23,3 | 24,9 | 26,6 | 27,6 | 29,0 | 32,3 |

Определить все возможные показатели динамики, включая средние (формулы 6.1-6.11).

*ЗАДАЧА 126*

Выпуск продукции предприятием за 2006-2011 гг. характеризуется следующими данными (в сопоставимых ценах в млн.руб)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 46,6 | 50,9 | 55,3 | 54,2 | 62,4 | 66,3 |

Определить все возможные показатели динамики, включая средние (формулы 6.1-6.11).

*ЗАДАЧА 127*

Выпуск продукции предприятием за 2006-2011 гг. характеризуется следующими данными (в сопоставимых ценах в млн.руб)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 65,3 | 70,8 | 76,3 | 80,0 | 85,0 | 91,0 |

Определить все возможные показатели динамики, включая средние (формулы 6.1-6.11).

*ЗАДАЧА 128*

Рассчитать недостающие показатели динамики

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Мощность электростанций (млн.Квт) | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста | Темп прироста | Абсолютное значение 1% прироста (млн.Квт) |
| 2005 | 22,3 | - | - | - | - |
| 2006 |  | 1,3 |  |  |  |
| 2007 |  |  |  | 2,12 | 0,24 |
| 2008 |  |  | 1,041 |  |  |
| 2009 |  |  | 1,071 |  |  |
| 2010 |  |  |  | 1,85 |  |

*ЗАДАЧА 129*

Рассчитать недостающие показатели динамики:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Пассажирооборот (млр.пасс-км.) | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста | Темп прироста | Абсолютное значение 1% прироста (млр.пасс.км) |
| 2006 | 360,2 | - | - | - | - |
| 2007 |  | 14,5 |  |  |  |
| 2008 |  |  | 1,037 |  |  |
| 2009 |  |  |  |  |  |
| 2010 |  | 10,8 |  |  | 4,018 |

*ЗАДАЧА 130*

Рассчитать недостающие показатели динамики:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Обьем перевозок (млн.тонн) | Цепные показатели динамики | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста | Темп прироста |
| 2006 | 520,6 | - | - | - |
| 2007 |  |  | 105,4 |  |
| 2008 |  | -9 |  | 5,8 |
| 2009 |  |  |  |  |
| 2010 |  | 26,4 |  |  |
| 2011 |  |  | 101,7 |  |

*ЗАДАЧА 131*

Рассчитать недостающие показатели динамики:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Принято студентов, тыс.чел. | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста % | Темп прироста | Абсолютное значение 1% прироста (млр.пасс.км) |
| 2005 | 2791 | - | - | - | - |
| 2006 |  | 146 |  |  |  |
| 2007 |  |  | 106,2 |  |  |
| 2008 |  |  |  | 9,5 |  |
| 2009 |  |  |  |  |  |
| 2010 |  | 475 |  |  | 35,98 |

*ЗАДАЧА 132*

Рассчитать недостающие показатели динамики:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | Производство продукции, млн.руб. | Цепные показатели динамики | | | |
| Абсолютный прирост | Темп роста % | Темп прироста | Абсолютное значение 1% прироста (млр.пасс.км) |
| 2005 | 92,5 | - | - | - | - |
| 2006 |  | 4,8 |  |  |  |
| 2007 |  |  | 104 |  |  |
| 2008 |  |  |  | 5,8 |  |
| 2009 |  |  |  |  |  |
| 2010 |  | 7 |  |  | 1,15 |

Тема: Метод аналитического выравнивания и прогнозирования

*ЗАДАЧА 133*

Рассчитать интервальный прогноз объема перевозок на 2010 год, используя линейную трендовую модель по следующим данным, для вероятности Р=0,95:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Среднее  расстояние перевозки км. | 480 | 508 | 542 | 571 | 604 |  |

*ЗАДАЧА 134*

Рассчитать интервальный прогноз выпуска продукции на 2011 год, используя линейную трендовую модель по следующим данным , для вероятности Р=0,95:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| Выпуск продукции, млн.руб. | 221 | 235 | 272 | 285 | 304 | 340 | 360 | 371 |  |

*ЗАДАЧА 135*

Рассчитать интервальный прогноз розничного товарооборота на 2011 год, используя линейную трендовую модель по следующим данным , для вероятности Р=0,95:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| Розничный  товарооборот, млн.руб | 480 | 500 | 540 | 570 | 580 | 590 |  |

*ЗАДАЧА 136*

Рассчитать интервальный прогноз товарооборота овощей и фруктов на 2011 год, используя линейную трендовую модель по следующим данным , для вероятности Р=0,95:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| Продажа, тыс.т. | 100 | 120 | 133 | 160 | 200 | 251 |  |

Тема: Расчет индексов сезонности

*ЗАДАЧА 137*

Рассчитать индексы сезонности и построить диаграмму волны сезонности по следующим данным:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Месяц | Среднесуточный объем перевозок | | |
| 2008 | 2009 | 2010 |
| 1 | 10,2 | 10,7 | 10,3 |
| 2 | 10,4 | 10,4 | 10,6 |
| 3 | 10,6 | 10,8 | 10,9 |
| 4 | 11,0 | 11,1 | 11,3 |
| 5 | 11,3 | 11,2 | 11,2 |
| 6 | 11,5 | 11,0 | 11,7 |
| 7 | 11,6 | 11,3 | 11,8 |
| 8 | 12,0 | 11,7 | 12,4 |
| 9 | 11,2 | 11,6 | 11,7 |
| 10 | 10,9 | 10,7 | 11,2 |
| 11 | 10,2 | 10,4 | 10,8 |
| 12 | 10,0 | 10,3 | 10,5 |

*ЗАДАЧА 138*

Рассчитать индексы сезонности и построить диаграмму волны сезонности по следующим данным:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Месяц | Количество браков заключенных в г.Тамбове | | |
| 2008 | 2009 | 2010 |
| 1 | 173 | 183 | 178 |
| 2 | 174 | 185 | 179 |
| 3 | 167 | 162 | 161 |
| 4 | 142 | 160 | 184 |
| 5 | 137 | 143 | 151 |
| 6 | 145 | 150 | 156 |
| 7 | 153 | 167 | 177 |
| 8 | 171 | 173 | 181 |
| 9 | 143 | 150 | 157 |
| 10 | 162 | 165 | 174 |
| 11 | 178 | 181 | 193 |
| 12 | 185 | 189 | 197 |

**7. Экономические индексы**

7.1 Методические указания и решение типовых задач

Индексом в статистике называется относительный показатель, характеризующий изменение величины какого-либо явления по сравнению с эталоном.

Таблица 7.1

Обозначения индексируемых величин

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Обозначение | Индексируемая величина |  | Обозначение | Индексируемая величина |
| *q* | количество (объем) какого-либо товара в натуральном выражении |  | *t* | затраты времени на производство единицы продукции, трудоемкость |
| *p* | цена единицы товара |  | *W* | выработка продукции в единицу времени или на одного работника (производительность труда) |
| *pq* | товарооборот (стоимость продукции) |  |
| *z* (*c*) | себестоимость единицы продукции |  | *T*=*tq* | общие затраты времени на производство продукции или численность работников |
| *y* | урожайность отдельных сельскохозяйственных культур |  |
| П | посевная площадь под отдельными культурами |  |

**Общие индексы количественных показателей**

**Индекс физического объема продукции** показывает относительное изменение стоимости продукции из-за изменения объема производства.

Индивидуальный индекс: , (7.1)

Агрегатный индекс: , (7.2)

где *q*1 и *q*0 – объем выпуска продаж в базисном и отчетном периодах соответственно;

*p*0 – цена в базисном периоде.

**Индекс товарооборота** (**или стоимости продукции**), показывает во сколько раз изменилась стоимость продукции.

Агрегатный индекс товарооборота

. (7.4)

На сколько изменилась стоимость продукции показывает разница между числителем и знаменателем индекса:

. (7.3)

При построении индекса физического объема продукции в качестве соизмерителей (весов) принимаются сопоставимые, неизменные, фиксированные цены, отличающиеся от текущих (действующих) цен (это в условиях инфляции могут быть цены предшествующего периода) или себестоимость продукции *z*0. В этом случае индекс характеризует изменение издержек производства.

. (7.5)

Аналогично строятся индексы товарооборота и потребления.

Значение общего индекса *Ipq* зависит от изменения двух индексируемых величин объема продукции (*q*0,*q*1) и цен (*p*1,*p*0)*.*

В зависимости от вида исходных данных можно исчислить средние взвешенные (арифметические) индексы физического объема.

Если неизвестно *q*1, но дано значение *q*0 и , а также стоимость продукции базисного периода *p*0, то **средний арифметический индекс физического объема** равен:

. (7.6)

**Средний гармонический индекс физического объема** используется для аналитических оценок в случае, когда неизвестно *q*0, но дано значение *q*1 и , а также стоимость продукции базисного периода *p*0:

. (7.7)

Индекс физического объема в прошлом вычисляется в сопоставимых, фиксированных ценах и отражает динамику выпуска продукции. В торговле чаще вычисляется в фактических ценах, отражая одновременное изменение цен и объема.

**Общие индексы качественных показателей**

**Индексы цен** показывают, как изменилась стоимость продукции за счет изменения цен.

Агрегатный *индекс цен Пааше*:

, (7.8)

где *p*1*q*1 – фактическая стоимость продаж (товарооборот) в отчетном периоде;

*p*0*q*1 – условная стоимость товаров, реализованных в отчетном периоде по базисным ценам.

Агрегатный *индекс цен Ласпейреса*:

, (7.9)

где *p*0*q*0 – фактическая стоимость продаж (товарооборот) в базисном периоде;

*p*1*q*0 – условная стоимость товаров, реализованных в базисном периоде по отчетным ценам.

Индекс цен Пааше показывает изменение цен отчетного периода по сравнению с базисным (на сколько товары стали дороже (дешевле)). Если бы товары были реализованы в отчетном периоде по базисным ценам, то фактическая экономия составила

. (7.10)

Индекс цен Ласпейреса показывает условную экономию, т.е. на сколько изменились цены в отчетном периоде по сравнению с базисным, но по той продукции, которая была реализована в базисном периоде. Этот индекс применяется при прогнозировании объема товарооборота в связи с предлагаемым изменением цен.

В условиях стабильности применяют индекс Пааше, при инфляции – индекс Ласпейреса.

Основываясь на рассмотренных двух вариантах построения индексов, Фишер предложил рассчитывать среднюю геометрическую индексов цен Пааше и Ласпейреса:

. (7.11)

Этот индекс носит название “*идеальный*” *индекс цен Фишера*. Индекс цен Фишера “обратим” во времени (т.е. если рассчитывать индекс базисного периода к отчетному, он будет равен обратной величине первоначального индекса), но лишен экономического содержания.

При синтезировании общего индекса цен вместо фактического количества товаров (в отчетный и базисный периоды) в качестве соизмерителей индексируемых величин *р*1 и *р*0 могут применяться средние величины реализации товаров. При таком способе расчета формула сводного индекса цен (называемого *индексом цен Лоу*) выглядит следующим образом:

. (7.12)

Индекс цен Лоу применяется в расчетах при закупках или реализации товаров в течение продолжительных периодов времени (пятилетках, десятилетиях и т.п.), поскольку он дает возможность анализа цен с учетом происходящих внутри отдельных субпериодов изменений в ассортиментном составе товаров.

**Товарооборот**

Сводный индекс товарооборота:

. (7.13)

Построение моделей взаимосвязанных индексов возможно лишь для сопоставимого круга элементов, т.е. при неизменном ассортименте отдельных товаров в отчетном и базисном периодах.

Абсолютное изменение товарооборота в отчетном периоде по сравнению с базисным одновременно за счет изменения физического объема продаж и изменения цен характеризует разница между числителем и знаменателем индекса, рассчитываемое по формуле (7.3):

.

Измерить изолированное влияние каждого из этих факторов можно через разность числителя и знаменателя соответствующих аналитических индексов.

Разность числителя и знаменателя индекса физического объема (по формуле Ласпейреса)

 (7.14)

показывает изменение товарооборота за счет роста (сокращения) физического объема продаж.

Разность числителя и знаменателя индекса физического объема (по формуле Пааше)

 (7.15)

показывает изменение товарооборота в результате роста (снижения) цен.

Абсолютное изменение за счет отдельных факторов в сумме дают общее абсолютное изменение результативного признака:

. (7.16)

Участие каждого фактора в формировании общего изменения товарооборота в относительном изменении определяется по следующим формулам:

* прирост (уменьшение) товарооборота за счет изменения физического объема продаж

; (7.17)

* прирост (уменьшение) товарооборота за счет изменения цен

. (7.18)

Совокупное влияние факторов в относительном выражении отражается моделью

. (7.19)

При проведении статистического анализа можно определить долю каждого фактора в формировании общего изменения результата:

* доля прироста (уменьшения) товарооборота за счет изменения физического объема продаж

; (7.20)

* доля прироста (уменьшения) товарооборота за счет изменения цен

. (7.21)

При этом  (или 100%). (7.22)

Оценка доли отдельных факторов в формировании результата проводится лишь в случае однонаправленного изменения признаков-факторов.

**Индексы переменного и фиксированного состава. Индекс структурных сдвигов.**

При изучении качественных показателей часто приходится рассматривать изменение во времени (или пространстве) средней величины индексируемого показателя для определенной совокупности.

Будучи сводной характеристикой качественного показателя, средняя величина складывается как под влиянием значений показателя у индивидуальных элементов (единиц), из которых состоит объект, так и под влиянием соотношения их весов (“структуры” объекта).

Если любой качественный индексируемый показатель обозначить через *x*, а его веса – через *f*, то динамику среднего показателя можно отразить как за счет изменения обоих факторов (*x* и *f*), так и за счет каждого фактора отдельно. В результате получим три различных индекса: индекс переменного состава, индекс фиксированного состава, индекс структурных сдвигов.

**Индекс переменного состава** отражает динамику среднего показателя (для однородной совокупности) за счет изменения *индексируемой величины x* у отдельных элементов (частей целого) и за счет изменения *весов* *f*, по которым взвешиваются отдельные значения *x*. Любой индекс переменного состава – это отношение двух средних величин для однородной совокупности (за два периода или по двум территориям):

. (7.23)

**Индекс фиксированного состава** отражает динамику среднего показателя лишь за счет изменения *индексируемой величины x*, при фиксировании весов на уровне, как правило отчетного периода *f*1:

. (7.24)

Другими словами индекс фиксированного состава исключает влияние изменения структуры (состава) совокупности на динамику средних величин, т.е. он характеризует динамику средних величин, рассчитанных для двух периодов при одной и той же фиксированной структуре.

Аналогично можно показать динамику среднего показателя лишь за счет изменения весов *f* при фиксировании индексируемой величины на уровне базисного периода *x*0. Такой индекс условно назван **индексом структурных сдвигов**:

. (7.25)

Если от абсолютных весов перейти к относительным ( и Σ*d* =1), формулы индексов средних величин примут вид:

Индекс переменного состава:

. (7.26)

Индекс фиксированного состава:

. (7.27)

Индекс структурных сдвигов:

. (7.28)

Индекс переменного состава есть произведение индекса фиксированного состава на индекс структурных сдвигов:

. (7.29)

Тема: Расчет агрегатных и индивидуальных индексов физического

объема и цены

*ЗАДАЧА 139*

Предприятие выпускает 3 вида неоднородной продукции. Данные об их производстве и ценах на них за два периода приведены в таблице. Определить индивидуальные и агрегатные индексы физического объема и цены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Выработано  тыс. единиц | | Цена за единицу  товара, руб. | |
| базисный  период | отчетный  период | базисный  период | отчетный  период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |
| А | 80 | 60 | 13 | 16 |
| Б | 50 | 30 | 18 | 20 |
| В | 40 | 35 | 6 | 8 |
| Σ | — | — | — | — |

**Решение.** 1. Составим вспомогательную таблицу 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Выработано  тыс. единиц | | Цена за единицу  товара, руб. | | Стоимость продукции в базисных ценах, тыс.руб. | | Индивидуальный индекс физического объема |
| базисный  период | отчетный  период | базисный  период | отчетный  период | базисный  период | отчетный  период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 | *q*0*p*0 | *q*1*p*0 |  |
| А | 80 | 60 | 13 | 16 | 1040 | 780 | 0,750 |
| Б | 50 | 30 | 18 | 20 | 900 | 540 | 0,600 |
| В | 40 | 35 | 6 | 8 | 240 | 210 | 0,875 |
| Итого | — | — | — | — | 2180 | 1530 | — |

Агрегатный индекс физического объема рассчитывается по формуле :

= 0,702 (70,2%).

Вычитая из числителя знаменатель = 1530 – 2180 = –650, определяем, что в абсолютном выражении за счет уменьшения выпуска стоимость продукции в отчетном периоде уменьшилась на 650 тыс.руб.

2. Составим вспомогательную таблицу 2:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Выработано | | Цена за единицу | | Стоимость продукции в базисных ценах, тыс.руб. | | Индивидуальный  индекс цены |
| тыс. единиц | | товара, руб. | |
| базисный | отчетный | базисный | отчетный | базисный | отчетный |
| период | период | период | период | период | период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |  |  |  |
| А | 80 | 60 | 13 | 16 | 1280 | 960 | 1,2 |
| Б | 50 | 30 | 18 | 20 | 1000 | 600 | 1,1 |
| В | 40 | 35 | 6 | 8 | 320 | 280 | 1,3 |
| Итого | — | — | — | — | 2600 | 1840 | — |

Агрегатный индекс цены рассчитывается по формуле :

 (70,8%).

Вычитая из числителя знаменатель  определяем, что в абсолютном выражении за счет изменения цен стоимость продукции в отчетном периоде уменьшилась на 760 тыс.руб.

3. Абсолютное изменение стоимости продукции определяется по формуле:

 тыс.руб.

Доля каждого фактора в общем абсолютном размере изменения результативного показателя следующая:

А) физического объема продукции - 

Б) среднего изменения цен - 

Тема: Расчет индексов цен Пааше, Ласпейреса, Фишера, Лоу

*ЗАДАЧА 140*

По имеющимся данным о ценах и реализации неоднородных товаров за два периода необходимо определить индексы цен: 1) индивидуальные; 2) агрегатные, в т.ч. а) индекс Пааше; б) индекс Ласпейреса; в) “идеальный” индекс Фишера; г) индекс Лоу.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Единица измерения | Базисный период | | Отчетный период | |
| Цена за единицу продукции, руб. | Продано  единиц | Цена за единицу продукции, руб. | Продано  единиц |
| *p*0 | *q*0 | *p*1 | *q*1 |
| А | т | 20 | 7500 | 25 | 9500 |
| Б | м | 30 | 2000 | 30 | 2500 |
| В | шт. | 15 | 1000 | 10 | 1500 |

**Решение.** Сведем расчет индивидуальных индексов цен и промежуточные расчеты для определения агрегатных индексов цен в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Индивидуальный индекс цен | Стоимость товаров  базисного периода, руб. | | Стоимость товаров  отчетного периода, руб. | | Стоимость товаров для среднего за период выпуска, руб. | |
| в базисных ценах  *p*0*q*0 | в отчетных ценах  *p*1*q*0 | в базисных ценах  *p*0*q*1 | в отчетных ценах  *p*1*q*1 | базисного периода  *p*0 | отчетного периода  *p*1 |
| А | 1,250 | 150000 | 187500 | 190000 | 237500 | 170000 | 212500 |
| Б | 1,000 | 60000 | 60000 | 75000 | 75000 | 67500 | 67500 |
| В | 0,667 | 15000 | 10000 | 22500 | 15000 | 18750 | 12500 |
| Сумма | — | 225000 | 257500 | 287500 | 327500 | 256250 | 292500 |

а) Индекс цен Пааше:

= 1,1391 (113,91%).

Абсолютный прирост товарооборота за счет фактора изменения цен в текущем периоде по сравнению с базисным периодом составил

 = 327500 – 287500 = 40000 руб.,

т.е. если бы уровень цен остался на уровне базисного периода, экономия потребителя составила бы 40000 руб.

б) Индекс цен Ласпейреса:

= 1,1444 (114,44%).

Абсолютный прирост товарооборота за счет фактора изменения цен в текущем периоде по сравнению с базисным периодом составил

 = 257500 – 225000 = 32500 руб.

в) “Идеальный” индекс цен Фишера:

=1,1418 (114,18%).

г) Индекс цен Лоу:

Для товара А 

 Соответственно, рассчитываются индексы для товаров Б, В.

= 1,1415 (114,15%).

Тема: Расчет индексов себестоимости

*ЗАДАЧА 141*

По имеющимся данным о выпуске и себестоимости одноименного товара на двух предприятиях требуется определить изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии, а также в целом по всем предприятиям с помощью индексов: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Предприятие | Базисный период | | | Отчетный период | | |
| Произведено  продукции | | Себестоимость единицы продукции, руб. | Произведено  продукции | | Себестоимость ед. продукции, руб. |
| в тыс. шт. | в долях к итогу | в тыс. шт. | в долях к итогу |
|  | *q*0 | *d*0 | *z*0 | *q*1 | *d*1 | *z*1 |
| 1 | 120 | 0,5 | 480 | 160 | 0,4 | 400 |
| 2 | 120 | 0,5 | 400 | 240 | 0,6 | 440 |
| Итого | 240 | 1,0 | – | 400 | 1,0 | – |

**Решение.** Индивидуальные индексы для 1-го и 2-го предприятия соответственно:

= 0,8333 (83,33%); = 1,1000 (110,00%).

Для дальнейших расчетов понадобятся дополнительные расчеты:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Предприятие | Базисный период | | | Отчетный период | | | Расчетные графы | | |
| *q*0 | *d*0 | *z*0 | *q*1 | *d*1 | *z*1 | z0 *d*0 | z1 *d*1 | z0 *d*1 |
| 1 | 120 | 0,5 | 480 | 160 | 0,4 | 400 | 240 | 160 | 192 |
| 2 | 120 | 0,5 | 400 | 240 | 0,6 | 440 | 200 | 264 | 240 |
| Итого | 240 | 1 | – | 400 | 1 | – | 440 | 424 | 432 |

Средние себестоимости:

в базисном периоде  руб.;

в отчетном периоде  руб.

Индекс переменного состава:

 (96,36%).

Индекс фиксированного состава:

 (98,15%).

Индекс структурных сдвигов:

 (98,18%).

Проверка %.

Себестоимость по двум предприятиям в среднем снизилась на 3,64%

 – 100% = 96,36 – 100 = –3,64%.

В том числе:

- за счет изменения структуры выпуска продукции:

 – 100% = 98,18 – 100 = –1,82%;

- за счет снижения себестоимости на каждом предприятии

 –  = 96,36 – 98,18 = –1,82%.

**7.2 Задачи для самостоятельной работы**

Тема: Расчет агрегатных и индивидуальных индексов физического

объема и цены

*ЗАДАЧА 142*

Предприятие выпускает 3 вида продукции. Данные об их производстве и ценах на них за два периода приведены в таблице. Определить индивидуальные и агрегатные индексы физического объема и цены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Выработано | | Цена за единицу | |
| тыс. единиц | | товара,тыс. руб. | |
| базисный  период | отчетный  период | базисный  период | отчетный |
| период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |
| Плуги навесные | 2500 | 2610 | 4,8 | 5,4 |
| Плуги  прицепные | 3000 | 2950 | 7,1 | 7,6 |
| Культиваторы | 3600 | 3700 | 5,0 | 5,7 |

*ЗАДАЧА 143*

Данные о овощей и ценах на них за два периода приведены в таблице. Определить индивидуальные и агрегатные индексы физического объема и цены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Продано | | Цена за кг | |
| кг. | | товара, руб. | |
| базисный  период | отчетный  период | базисный | отчетный  период |
| период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |
| Картофель | 5000 | 6000 | 25 | 40 |
| Капуста | 2000 | 2500 | 31 | 42 |
| Свекла | 800 | 900 | 35 | 45 |

*ЗАДАЧА 144*

Молокозавод выпускает 3 вида продукции. Данные об их производстве и ценах на них за два периода приведены в таблице. Определить индивидуальные и агрегатные индексы физического объема и цены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Продано | | Цена за кг | |
| кг. | | товара, руб. | |
| базисный | отчетный | базисный | отчетный |
| период | период | период | период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |
| Молоко | 10000 | 12000 | 25 | 32 |
| Сметана | 500 | 550 | 105 | 135 |
| Йогурт | 1800 | 2100 | 50 | 67 |

*ЗАДАЧА 145*

Магазин электроники ведет учет по 3 видам продукции. Данные о продажах и ценах на нее за два периода приведены в таблице. Определить индивидуальные и агрегатные индексы физического объема и цены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Товар | Продано | | Цена за единицу | |
| шт | | товара,тыс. руб. | |
| базисный | отчетный | базисный | отчетный |
| период | период | период | период |
| *q*0 | *q*1 | *p*0 | *p*1 |
| Телевизоры | 2150 | 2870 | 25 | 32 |
| DVD проигрыватели | 1230 | 1180 | 1,2 | 2,1 |
| Ноутбуки | 1950 | 2430 | 22 | 20 |

Тема: Расчет индексов цен Пааше, Ласпейреса, Фишера, Лоу

*ЗАДАЧА 146*

По имеющимся данным *Задача 142* о ценах за два периода необходимо определить индексы цен: 1) индивидуальные; 2) агрегатные, в т.ч. а) индекс Пааше; б) индекс Ласпейреса; в) “идеальный” индекс Фишера; г) индекс Лоу.

*ЗАДАЧА 147*

По имеющимся данным *Задача 143* о ценах за два периода необходимо определить индексы цен: 1) индивидуальные; 2) агрегатные, в т.ч. а) индекс Пааше; б) индекс Ласпейреса; в) “идеальный” индекс Фишера; г) индекс Лоу.

*ЗАДАЧА 148*

По имеющимся данным *Задача 144* о ценах за два периода необходимо определить индексы цен: 1) индивидуальные; 2) агрегатные, в т.ч. а) индекс Пааше; б) индекс Ласпейреса; в) “идеальный” индекс Фишера; г) индекс Лоу.

*ЗАДАЧА 149*

По имеющимся данным *Задача 145* о ценах за два периода необходимо определить индексы цен: 1) индивидуальные; 2) агрегатные, в т.ч. а) индекс Пааше; б) индекс Ласпейреса; в) “идеальный” индекс Фишера; г) индекс Лоу.

Тема: Расчет индексов себестоимости

*ЗАДАЧА 150*

По имеющимся данным о выпуске и себестоимости одноименного товара на двух предприятиях требуется определить изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии, а также в целом по всем предприятиям с помощью индексов: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Предприятие | Базисный период | | | Отчетный период | | |
| Произведено | | Себестоимость единицы продукции, руб. | Произведено | | Себестоимость ед. продукции, руб. |
| продукции | | продукции | |
| в тыс. шт. | в долях к итогу | в тыс. шт. | в долях к итогу |
|  | *q*0 | *d*0 | *z*0 | *q*1 | *d*1 | *z*1 |
| 1 | 216 | 0,5 | 864 | 288 | 0,45 | 720 |
| 2 | 216 | 0,5 | 720 | 432 | 0,55 | 792 |
| Итого | 432 | 1 | – | 720 | 1 | – |

*ЗАДАЧА 151*

По имеющимся данным о выпуске и себестоимости одноименного товара на двух предприятиях требуется определить изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии, а также в целом по всем предприятиям с помощью индексов: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Предприятие | Базисный период | | | Отчетный период | | |
| Произведено | | Себестоимость единицы продукции, руб. | Произведено | | Себестоимость ед. продукции, руб. |
| продукции | | продукции | |
| в тыс. шт. | в долях к итогу | в тыс. шт. | в долях к итогу |
|  | *q*0 | *d*0 | *z*0 | *q*1 | *d*1 | *z*1 |
| 1 | 96 | 0,6 | 384 | 128 | 0,5 | 320 |
| 2 | 96 | 0,4 | 320 | 192 | 0,5 | 352 |
| Итого | 192 | 1 | – | 320 | 1 | – |

*ЗАДАЧА 152*

По имеющимся данным о выпуске и себестоимости одноименного товара на двух предприятиях требуется определить изменение себестоимости единицы продукции на каждом предприятии, а также в целом по всем предприятиям с помощью индексов: а) переменного состава; б) фиксированного состава; в) структурных сдвигов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Предприятие | Базисный период | | | Отчетный период | | |
| Произведено | | Себестоимость единицы продукции, руб. | Произведено | | Себестоимость ед. продукции, руб. |
| продукции | | продукции | |
| в тыс. шт. | в долях к итогу | в тыс. шт. | в долях к итогу |
|  | *q*0 | *d*0 | *z*0 | *q*1 | *d*1 | *z*1 |
| 1 | 300 | 0,6 | 1200 | 400 | 0,7 | 1000 |
| 2 | 300 | 0,4 | 1000 | 600 | 0,3 | 1100 |
| Итого | 600 | 1 | – | 1000 | 1 | – |

Литература

1. Годин, А.М. Статистика: учеб. / А.М. Годин. – М.: Дашков и К, 2006.- 464с.

2. Елисеева, И.Н. Общая теория статистики: учеб. /И.Н.Елисеева. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 656с.

3. Елисеева, И.И. Статистика: учеб./ И.И.Елисеева, М.М.Юзбашев; под ред. И.И.Елисеевой; – М.: Велби, 2005.-450с

4. Теория статистики: учеб. / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А.Садовникова, Е.Б. Шувалова. – М.: Финансы и статистика, 2006.-656с

5. Шмойлова, Р.А. Практикум по теории статистики: учеб. пособие. /Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова ; под ред. Р.А. Шмойлова; – М.: Финансы и статистика, 2006.-416с

6. Громыко, Л.Г. Теория статистики: практикум / Л.Г. Громыко. – М.: Инфра-М, 2006.- 378с

7. Дьяченко, С.А. Лабораторный практикум по статистике./ С.А. Дьяченко – Орел: ОРАГС, 2003.-60с

8. Елисеева, И.И. Практикум по макроэкономической статистике: учеб. пособие. / И.И. Елисеева. – М.: Проспект, 2008.-402с

9. Ефимова, М.Р. Практикум по общей теории статистики: учеб. пособие. /М.Р. Ефимова, О.И. Ганченко, Е.В. Петрова; под.ред. М.Р. Ефимовой; – М.: Финансы и статистика, 2006.-336с

10. Ефимова, М.Р. Социальная статистика: учеб. пособие./М.Р. Ефимова. – М.: Финансы и статистика, 2007.-321с

11. Мелкумов, Я.С. Социально-экономическая статистика: учеб. пособие./Я.С. Мелкумов. – М.: Инфра-М, 2008.-472с

12. Палий, И.А. Прикладная статистика: учеб. пособие./И.А. Палий. – М.: Высшая школа, 2004.-410с

13. Салин, В.Н. Социально-экономическая статистика: учебник. /В.Н. Салин. – М.: Юристъ, 2004.-523с

14. Смирнова, Н.А. Социально-правовая статистика: учеб. пособие. /Н.А.Смирнова.– СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2004.-280с

15. Назаров, М.Г. Статистика: учеб. практ. пособие / М.Г.Назаров [и др.]; под ред. М.Г. Назарова. – М.: Кнорус, 2006.-480с

16. Сайт федеральной службы государственной статистики РФ [электронный ресурс]:-режим доступа: //URL:http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat/rosstatsite/main/

17. Территориальный орган федеральной службы государственной статистики по Тамбовской области [электронный ресурс]:-режим доступа: //URL:http://www.gks.ru:8085/default.aspx

18. Краткие лекции по статистике [электронный ресурс]:-режим доступа://URL: http://www.studfiles.ru

# ПРИЛОЖЕНИЕ

**Значение *t*-критерия Стьюдента**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *df*(*v*) | Уровень значимости α | | |  | *df*(*v*) | Уровень значимости α | | |
| 0,10 | 0,05 | 0,01 |  | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 6,3137 | 12,7062 | 63,656 |  | 18 | 1,7341 | 2,1009 | 2,8784 |
| 2 | 2,9200 | 4,3027 | 9,9250 |  | 19 | 1,7291 | 2,0930 | 2,8609 |
| 3 | 2,3534 | 3,1824 | 5,8408 |  | 20 | 1,7247 | 2,0860 | 2,8453 |
| 4 | 2,1318 | 2,7765 | 4,6041 |  | 21 | 1,7207 | 2,0796 | 2,8314 |
| 5 | 2,0150 | 2,5706 | 4,0321 |  | 22 | 1,7171 | 2,0739 | 2,8188 |
| 6 | 1,9432 | 2,4469 | 3,7074 |  | 23 | 1,7139 | 2,0687 | 2,8073 |
| 7 | 1,8946 | 2,3646 | 3,4995 |  | 24 | 1,7109 | 2,0639 | 2,7970 |
| 8 | 1,8595 | 2,3060 | 3,3554 |  | 25 | 1,7081 | 2,0595 | 2,7874 |
| 9 | 1,8331 | 2,2622 | 3,2498 |  | 26 | 1,7056 | 2,0555 | 2,7787 |
| 10 | 1,8125 | 2,2281 | 3,1693 |  | 27 | 1,7033 | 2,0518 | 2,7707 |
| 11 | 1,7959 | 2,2010 | 3,1058 |  | 28 | 1,7011 | 2,0484 | 2,7633 |
| 12 | 1,7823 | 2,1788 | 3,0545 |  | 29 | 1,6991 | 2,0452 | 2,7564 |
| 13 | 1,7709 | 2,1604 | 3,0123 |  | 30 | 1,6973 | 2,0423 | 2,7500 |
| 14 | 1,7613 | 2,1448 | 2,9768 |  | 40 | 1,6839 | 2,0211 | 2,7045 |
| 15 | 1,7531 | 2,1315 | 2,9467 |  | 60 | 1,6706 | 2,0003 | 2,6603 |
| 16 | 1,7459 | 2,1199 | 2,9208 |  | 120 | 1,6576 | 1,9799 | 2,6174 |
| 17 | 1,7396 | 2,1098 | 2,8982 |  | ∞ | 1,6449 | 1,9600 | 2,5758 |